| | |
|---|---|
| **المؤسســـــة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى | **المستــــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013 | **ميدان التعلم:** هندسة. |
| **التاريــــــخ:** ........................................................ | **الوحــــدة:** المرجح في المستوي |
| **توقيت الحصـة:** ساعتان. | **موضوع الحصة:** مرجح نقطتين في المستوي |

**المكتسبات القبلية:** نظرية طالس، أشعة المستوي.

**الكفاءات القاعدية:** إنشاء مرجح نقطتين، مرجح ثلاث نقط. ـ حساب إحداثيات المرجح.

**مؤشرات الكفـاءة:**

| الأنشطة المقترحة وطبيعتها | الإنجاز (سير الحصة) | ملاحظات |
|---|---|---|

**نشاط:**

A، B نقطتان من المستوي، ولتكن النقطة G حيث $\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}=\vec{0}$.

أنشئ G إن أمكن في كل حالة مما يلي:

1) $\alpha=1$، $\beta=1$.

2) $\alpha=2$، $\beta=-1$.

3) $\alpha=6$، $\beta=-3$.

4) $\alpha=3$، $\beta=-3$.

5) $\alpha=-1$، $\beta=1$.

## I/ تمهيد:

## II/ العرض:

### 1/ مرجح نقطتين:

**تعريف:** A، B نقطتان من المستوي. $\alpha$، $\beta$ عددان حقيقيان حيث: $\alpha+\beta\neq 0$، مرجح A، B مرفقتين بالمعاملين $\alpha$، $\beta$ على الترتيب هو النقطة G حيث: $\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}=\vec{0}$.

### 2/ ملاحظات:

* في التعريف نسمي الثنائيتين $(A,\alpha)$، $(B,\beta)$ نقطتين مثقلتين.
* ونسمي الجملة $\{(A,\alpha),(B,\beta)\}$ جملة نقطتين مثقلتين. والنقطة G هي مرجح هذه الجملة.
* إذا كانت A=B فإن: G=A=B.
* إذا كان $\alpha=\beta$ نحصل على $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}=\vec{0}$ (أي G منتصف $[AB]$) نسمي G مركز المسافتين المتساويتين للنقطتين A، B.
* يمكن تعريف مرجح ثلاث نقط بطريقة مشابهة.

### 3/ مبرهنة: 

$\boxed{\text{مرجح الجملة } \{(A,\alpha),(B,\beta)\} \text{ وحيد حال وجوده}}$

**برهان:** (بين أن: $\overrightarrow{AG}=\frac{\beta}{\alpha+\beta}\overrightarrow{AB}$ يتضح المطلوب).

### 4/ خواص:

أ/ مرجح الجملة: $\{(A,\alpha),(B,\beta)\}$ هو مرجح الجملة: $\{(A,\alpha k),(B,\beta k)\}$، حيث k عدد حقيقي غير معدوم.

ب/ النقط A، B، G على استقامة واحدة.

## III/ تطبيقات:

**ت1)** من رقم      إلى رقم      ص

**ت2)** G مرجح الجملة: $\{(A,\alpha),(B,\beta)\}$. و M نقطة كيفية من المستوي.

أ- بين أن: $\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}=(\alpha+\beta)\overrightarrow{MG}$.

ب - بجعل $M$ تنطبق عن مبدأ المعلم أحسب إحداثيتي $G$ بدلالة $\alpha$، $\beta$ وإحداثيتي A، B.

**ت3)** نعتبر A، B من المستوي، أنشئ مرجح الجملة: $\{(A,2),(B,-5)\}$.

**ت4)** (هذا التطبيق لا يهم شعبة ع تج) $A$، $B$، $C$ نقط من المستوي، $G$ مرجح الجملة: $\{(A,2),(B,1),(C,-1)\}$، و $G'$ مرجح الجملة: $\{(A,2),(B,1)\}$.

أ ـ أكتب العلاقتين الشعاعيتين اللتين تحققهما $G$، $G'$.

ب ـ بين أن $G$ هي مرجح الجملة $\{(G',2+1),(C,-1)\}$.

جـ ـ أنشئ $G'$ ثم $G$.

**ت5)** ABC مثلث، D نقطة حيث: $3\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$، E نقطة تقاطع (BD) مع (AC).

* جد علاقة $\overrightarrow{AE}$ مع $\overrightarrow{AC}$. (استعمل طالس) ماذا تمثل $A$ بالنسبة لـ $E$ و $C$.

**ملاحظات:**

توظيف نظرية طاليس في إنشاء مرجح نقطتين.

يمكن استعمال خاصية التجميع في إنشاء مرجح ثلاث نقط أو أكثر.

هذه المظللة ومكتوبة بالأزرق لا تهم شعبة ع تج

تتم دراسة المرجح في المستوي.

الأستاذ دهيمي ن

الرقم: 28/02

| | |
|---|---|
| **المؤسســـة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى | **المستـــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013 | **ميدان التعلم:** هندسة. |
| **التاريـــــخ:** ............................................................ | **الوحــــدة:** المرجح في المستوي |
| **توقيت الحصـة:** ساعتان. | **موضوع الحصة:** حل مسائل |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** استعمال المرجح لإثبات استقامية نقط أو تلاقي مستقيمات.

**مؤشرات الكفـاءة:**

| الأنشطة المقترحة وطبيعتها | الإنجاز (سير الحصة) | التعليمات والتوجيهات |
|---|---|---|
| كل الحصة عبارة عن أنشطة | **I/ تمهيد:**<br>**II/ العرض:**<br>**III/ تطبيقات:**<br>**ت1)** ينسب المستوي إلى المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$، ولتكن النقطتين $A(2,-1)$ ، $B(-3,1)$ . جد إحداثيتي G مرجح الجملة $\{(A,1),(B,2)\}$ .<br>**ت2)** 29 ص 194: ABC مثلث، $B'$ ، $C'$ ، $A'$ مرجحات: $\{(A,-2),(C,1)\}$ ، $\{(B,3),(C,-1)\}$ ، $\{(B,-3),(A,2)\}$ .<br>**1/** أنشئ شكلا مناسبا.<br>**2/** بين أنه مهما كانت M من المستوي: $-\overrightarrow{MA'}-\overrightarrow{MB'}+2\overrightarrow{MC'}=\vec{0}$ .<br>**3/** استنتج أن النقط: $A'$ ، $B'$ ، $C'$ في استقامة واحدة.<br>**ت3)** 73 ص 200: ABC مثلث قائم في A، I منتصف [BC] وG نظيرة I بالنسبة إلىA.<br>**1/** بين أن: G مرجح: $(A,4)$ ، $(B,-1)$ ، $(C,-1)$ .<br>**2/** جد العددين $\alpha$ ، $\beta$ حيث A مرجح الجملة: $(G,2)$ ، $(B,\beta)$ ، $(C,\alpha)$ .<br>**3/** ما هي مجموعة النقط $M$ التي تحقق: $\|2\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|=2\|\overrightarrow{BC}\|$؟ | تقترح أمثلة يوظف فيها المرجح لدراسة مجموعات نقطية وتعيينها و إنشائها.<br>تعديل 2009/2008:<br>تحديد وضبط المجموعات النقطية التي تدرس وهي الدائرة، المستقيم، قطعة المستقيم، مجموعة تضم عدد منته من النقط. |

الرقم: 28/03

الأستاذ دهيمي ن

| | |
|---|---|
| **المؤسســـــة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى | **المستـــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013 | **ميدان التعلم:** هندسة. |
| **التاريـــــخ:** ............................................................ | **الوحـــدة:** الزوايا الموجهة وحساب المثلثات |
| **توقيت الحصـة:** ساعتان. | **موضوع الحصة:** الزوايا الموجهة |

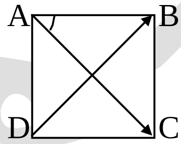
**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** استعمال خواص الزوايا الموجهة لإثبات تقايس الزوايا. ـ تعيين أقياس زاوية موجهة لشعاعين.

**مؤشرات الكفـاءة:** ..............................................

**الأنشطة المقترحة وطبيعتها**

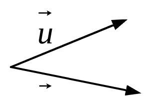
**نشاط1:** ABCD مربع.




1/ ما هو قيس كل زاوية مما يلي: [AC,AB]،[AB,AC]، [AD,AB]؟

2/ نفس السؤال مع الزوايا الموجهة التالية: $(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AB})$، $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$، $(\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DA})$؟

**نشاط2:**




$\vec{v}$، $\vec{u}$ شعاعان غير معدومين في المستوي:(أنظر الشكل). حيث: $(\vec{v},\vec{u})=\alpha$.

مثل كل زاوية مما يلي ثم اذكر قيسا لها بدلالة $\alpha$: $(\vec{v},\vec{u})$، $(\vec{v},-\vec{u})$، $(-\vec{v},\vec{u})$، $(-\vec{v},-\vec{u})$، $(2\vec{v},3\vec{u})$، $(2\vec{v},-3\vec{u})$.

**الإنجاز (سير الحصة)**

## I/ تمهيد:

## II/ العرض:

### الزوايا الموجهة:

**1/ مفاهيم عامة:**

* **الدائرة الموجهة:** هي دائرة قد اختير عليها اتجاه موجب للحركة (عادة عكس اتجاه عقارب الساعة).
* **المستوي الموجه:** هو المستوي الذي وجهت كل دوائره.
* **الدائرة المثلثية:** هي دائرة موجهة نصف قطرها 1، والدائرة المثلثية المرفقة بمعلم هي دائرة مثلثية مركزها مبدأ المعلم المتعامد والمتجانس.

**2/ قياس الزوايا الموجهة:** في كل ما يأتي نعتبر المستوي موجها:

* **الزاوية الموجهة:**

- كل شعاعين $\vec{u}$، $\vec{v}$ غير معدومين في المستوي يعينان زاوية موجهة نرمز لها بـ: $(\vec{v},\vec{u})$، ونرمز لقيسها بـ$\overline{(\vec{v},\vec{u})}$.
- إذا كان $\alpha$ قيسا للزاوية $(\vec{v},\vec{u})$ فإن العدد $\alpha+2k\pi$، (حيث $k\in Z$) كذلك قيس لها.

**اصطلاح:** نعبر تجاوزا فيما يلي عن زاوية بقيسها فقط. مثال:.................

* **القيس الرئيس:** كل زاوية موجهة لها قيس من المجال $]-\pi,+\pi]$ يدعى قيسها الرئيس.

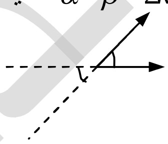
**ملاحظة:** قيس الزاوية الموجهة يمكن أن يكون سالبا، وقيس الزاوية الهندسية دوما موجب.

**3/ نتائج:**

* **علاقة شال:** (تقبل دون برهان):

من أجل ثلاث أشعة كيفية $\vec{u}$، $\vec{v}$، $\vec{w}$ غير معدومة نجد: $(\vec{u},\vec{v})+(\vec{v},\vec{w})=(\vec{u},\vec{w})$.

* **من أجل** أي شعاعين $\vec{u}$، $\vec{v}$ غير معدومين نجد: $(\vec{u},\vec{v})=-(\vec{v},\vec{u})$، $(\vec{u},-\vec{v})=(\vec{u},\vec{v})+\pi$، $(-\vec{u},-\vec{v})=(\vec{u},\vec{v})$، $(-\vec{u},\vec{v})=(\vec{u},\vec{v})+\pi$.
* **إذا كان:** $\alpha$، $\beta$ قيسين لزاويتين موجهتين متقايستين فإن: $\alpha-\beta=2k\pi$، حيث: $k\in Z$.
* **إذا كانت:** $(\vec{v},\vec{u})=k\pi$ فإن: $\vec{v}$، $\vec{u}$ مرتبطان خطيا.



## III/ تطبيقات:

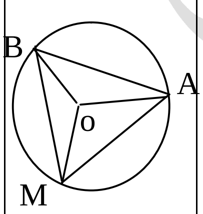
**ت1)** رقم 18 ص 228.

**ت2)** (C) الدائرة المثلثية المرفقة بالمعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1/ علم النقط: A، B، C، D، E، F من (C) حيث: $(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OA})=\frac{\pi}{4}$، $(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OB})=\frac{337}{4}\pi$، $(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OC})=\frac{-\pi}{3}$، $(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OD})=\frac{23}{3}\pi$، $(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OE})=\frac{3\pi}{2}$، $(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OF})=\frac{4\pi}{3}$.

2/ M نقطة من (C) حيث: $(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OM})=\frac{2011}{4}\pi$. أوجد القيس الرئيس لـ: $(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OM})$. ثم أنشئ M.

**ت3)** (مبرهنة) الزاوية المحيطية والزاوية المركزية. (أنظر الشكل).




1/ بين أن: $(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB})=(\overrightarrow{AO},\overrightarrow{AM})+(\overrightarrow{BM},\overrightarrow{BO})$. (استعمل المثلثين $MOA$، $MOB$ واتجاه الزوايا)

2/ بين أن: $2(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB})=(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB})$. (حل: $2(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB})=(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB})+(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB})$ أي: $2(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB})=(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB})+(\overrightarrow{AO},\overrightarrow{AM})+(\overrightarrow{BM},\overrightarrow{BO})$ أي: $2(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB})=(\overrightarrow{AO},\overrightarrow{AM})+(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB})+(\overrightarrow{BM},\overrightarrow{BO})$ أي: $2(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB})=(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{MA})+(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB})+(\overrightarrow{MB},\overrightarrow{OB})$ أي: $2(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB})=(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB})$)

**التعليمات والتوجيهات**

نبرهن نظرية الزاوية المحيطية.

نتطرق في هذه الفقرة إلى الزاوية الموجهة لشعاعين غير معدومين وإلى خواصها دون أي توسع نظري. ثمّ نتطرق إلى أقياس زاوية موجهة، خاصة القيس الرئيسي الذي يكون محصورا ضمن المجال $]-\pi;\pi]$.

الوحدة التي نستعملها لقياس الزوايا هي الراديان. ونلفت انتباه التلاميذ إلى قبول التعبير المجازي الذي نعبر به على الزاوية وقيسها في نفس الوقت كقولنا " الزاوية ... تساوي $\frac{\pi}{3}$ "

الأستاذ دهيمي ن

الرقم: 28/04

| | |
|---|---|
| **المؤسســـة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى | **المستـــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013 | **ميدان التعلم:** هندسة. |
| **التاريـــــخ:** .................................................... | **الوحــــدة:** الزوايا الموجهة وحساب المثلثات |
| **توقيت الحصـة:** ساعتان. | **موضوع الحصة:** جيب وجيب تمام عدد حقيقي. |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** توظيف دساتير التحويل المتعلقة بجيب التمام و بالجيب في حل مسائل مثلثية.

**مؤشرات الكفـاءة:**

| الأنشطة المقترحة وطبيعتها | الإنجاز (سير الحصة) | التعليمات والتوجيهات |
|---|---|---|

**نشاط:**

مثل النقطة M صورة العدد x على الدائرة المثلثية في كل حالة مما يلي، وعين فاصلة وترتيبة M، و sinx، cos x.

1/ $x=\frac{\pi}{4}$.

2/ $x=\frac{\pi}{2}$.

3/ $x=\frac{\pi}{4}+19\pi$.

4/ $x=\frac{3\pi}{4}$.

5/ $x=-\frac{3\pi}{4}-62\pi$.

6/ $x=\frac{\pi}{3}$.

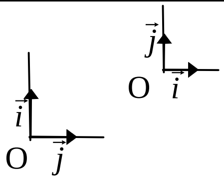
7/ $x=\pi-\frac{\pi}{6}$.

**I/ تمهيد:**

**II/ العرض:**

**جيب وجيب تمام عدد حقيقي:**

**المعلم المتعامد والمتجانس المباشر وغير المباشر**(أنظر الشكل)



**جيب وجيب تمام عدد حقيقي:**

x عدد حقيقي، وM صورته على الدائرة المثلثية المرفقة بمعلم.

فاصلة M تسمى جيب تمامx ونرمز له بـ cos x ، وترتيبها تسمى جيبx ونرمز له بـ sinx .

**جيب وجيب تمام زاوية موجهة:**

جيب زاوية موجهة أحد أقياسها بالراديان $\alpha$ هو جيب $\alpha$ ، وجيب تمامها هو جيب تمام $\alpha$.

أمثلة: أكمل الجدول التالي:

| $x$ | $-\frac{\pi}{2}$ | $-\frac{\pi}{6}$ | $0$ | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{2\pi}{3}$ | $\frac{3\pi}{4}$ | $\frac{5\pi}{6}$ | $\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\cos x$ | | | | | | | | | | | |
| $\sin x$ | | | | | | | | | | | |

**نتائج:** إذا كان x عددا حقيقيا فإنه من أجل كل عدد صحيح $k$ نجد:

$\boxed{\cos(x)=\cos(x+2k\pi)}$ و $\boxed{\sin x=\sin(x+2k\pi)}$. ( $2\pi$ يسمى دورا للدالتين $\sin$، $\cos$)

$\boxed{-1\le \sin x\le +1}$، $\boxed{-1\le \cos x\le 1}$. $\boxed{\sin^2 x+\cos^2 x=1}$، $\boxed{\cos x=\cos(-x)}$،

$\boxed{\sin x=-\sin(-x)}$، $\boxed{\cos(\pi+x)=-\cos x}$، $\boxed{\sin(\pi+x)=-\sin x}$،

$\boxed{\cos(\pi-x)=-\cos x}$، $\boxed{\sin(\pi-x)=\sin x}$.

**III/ تطبيقات:** ت1) من رقم إلى رقم ص .

ت2) x عدد حقيقي، بالاستعانة بالدائرة المثلثية جد علاقة بين الأعداد:

$\sin x$، $\sin(\frac{\pi}{2}-x)$، $\cos(\frac{\pi}{2}-x)$، $\cos x$.

ت3) **1-** مثل الأعداد $\frac{7\pi}{6}$، $-\frac{5\pi}{6}$، $\frac{127\pi}{6}$، $-\frac{\pi}{6}$ على الدائرة المثلثية، ثم استنتج جيوبها وجيوب تمامها.

**2-** ما هي كل الأعداد الحقيقية $x$ التي تحقق $\sin x=\frac{1}{\sqrt{2}}$؟

**3-** نفس السؤال السابق مع $\cos x=0.5$ ؟ ثم $\sin x=-0.5$؟

● توظف العلاقات المدروسة في السنة الأولى الخاصة بالعدد $x$ والأعداد الحقيقية المرفقة له وهي : $-x$، $\pi+x$، $\pi-x$ ثمّ نمددها إلى الأعداد : $\frac{\pi}{2}-x$ و $\frac{\pi}{2}+x$.

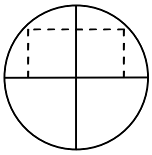
الرقم: 28/05 الأستاذ دهيمي ن

| | |
|---|---|
| **المؤسســـــة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى | **المستـــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013 | **ميدان التعلم:** هندسة. |
| **التاريــــــخ:** ........................................................... | **الوحـــدة:** الزوايا الموجهة وحساب المثلثات |
| **توقيت الحصـة:** ساعتان. | **موضوع الحصة:** المعادلات والمتراجحات المثلثية |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** حلّ المعادلات المثلثية الأساسية. ـ حلّ متراجحات مثلثية بسيطة.

**مؤشرات الكفـاءة:**

| الأنشطة | الإنجاز (سير الحصة) | التعليمات والتوجيهات |
|---|---|---|
| كل الحصة عبارة عن أنشطة | **I/ تمهيد:**<br>**II/ العرض:**<br>**III/ تطبيقات:**<br><br>**1/** أوجد x حيث: $\sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، و $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$ .<br>**2/** حل كلا مما يلي:<br>$\sin x=\frac{1}{2}...(1)$ في R. $\cos(x+\frac{\pi}{3})=-1...(2)$ في R.<br>$\sin(2x+\pi)=\frac{\sqrt{3}}{2}...(3)$ في R. $\cos(3\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4})=5...(4)$ في R.<br>$\cos\ x\ \ge\ \frac{1}{2}...(5)$ في $[-\pi,\pi]$. $\sin(2x-\frac{\pi}{6})<\frac{\sqrt{3}}{2}...(6)$ في $[0,2\pi]$.<br>$\cos(2x+\frac{\pi}{2})-\cos(3x+\frac{\pi}{4})=0...(7)$ في R.<br>$\sin x+\sin(2x+\frac{\pi}{2})=0...(8)$ في R. $\sin(x+\frac{\pi}{4})+\cos(\frac{\pi}{3}-x)=0...(9)$ في $[0,2\pi]$.<br>**3/** مثل حلول المتراجحتين على الدائرة المثلثية. وأخـــــــرى إن شـــــــئت | نتحقق عند استعمال الدائرة المثلثية من تحكم التلميذ في تحديد أرباعها وصور القيم $\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{4}$ ومن تمثيل الأعداد $\frac{1}{2},\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، ثم ربط ذلك بالجيب وجيب التمام. كما نوجه التلميذ، كلما كان ذلك ممكنا لاستخدام التناظرات التي توفرها الدائرة المثلثية في حساب جيب وجيب تمام الزوايا الشهيرة في بقية الأرباع.<br>● نقصد هنا المتراجحات من النوع: $\cos x<a$ ، $\sin x<b$ ،... فيما يخص المتراجحات، نكتفي بحلها على مجال طوله $2\pi$ على الأكثر ونمثل مجموعة الحلول على الدائرة المثلثية. |

الرقم: 28/06 — الأستاذ دهيمي ن

| | |
|---|---|
| **المؤسســـــة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى | **المستـــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013 | **ميدان التعلم:** هندسة. |
| **التاريـــــخ:** ........................................ | **الوحـــدة:** الجُداء السلمي في المستوي |
| **توقيت الحصـة:** ساعتان. | **موضوع الحصة:** الجداء السلمي |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** حساب الجداء السلمي لشعاعين.

**مؤشرات الكفـاءة:**

## الأنشطة المقترحة وطبيعتها

**نشاط:** (الجداء السلمي)

$ABC$ مثلث كيفي. $H$ المسقط العمودي لـ $C$ على $(AB)$،

نعتبر $W=\frac{1}{2}(AB^2+AC^2-BC^2)$ .

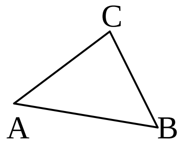
1/ أنشئ الشكل.

2/ بين أن $AC^2=AH^2+CH^2$ و: $BC^2=CH^2+BH^2$ .

3/ استنتج أن: $W=\frac{1}{2}(AB^2+AH^2-BH^2)$

4/ أكتب $BH$ بدلالة $AB$ و $AH$ ثم بين أن: $W=AB.AH$ .

5/ بين أن: $W=AB.AC.\cos\hat{A}$ .




## الإنجاز (سير الحصة)

### I/ تمهيد:

### II/ العرض:

#### 1/ الجداء السلمي:

**تعريف:** $\vec{u}$، $\vec{v}$ شعاعان من المستوي، الجداء السلمي للشعاعين $\vec{u}$، $\vec{v}$ هو العدد الحقيقي $\vec{u}.\vec{v}$ حيث: **1/** $\vec{u}.\vec{v}=0$ إذا كان: $\vec{u}=\vec{0}$ أو $\vec{v}=\vec{0}$.

**2/** $\vec{u}.\vec{v}=\|\vec{u}\|.\|\vec{v}\|\cos(\vec{u}.\vec{v})$ إذا كان $\vec{v}$ ، $\vec{u}$ غير معدومين.

#### 2/ حالات خاصة:

* $\vec{u}$ مرتبط مع $\vec{v}$ ولهما نفس الاتجاه نجد $\vec{u}.\vec{v}=\|\vec{u}\|.\|\vec{v}\|$ .

* $\vec{u}$، $\vec{v}$ مرتبطان خطيا ولهما اتجاهان متعاكسان نجد $\vec{u}.\vec{v}=-\|\vec{u}\|.\|\vec{v}\|$ .

* $\vec{u}.\vec{u}=\vec{u}^2=\|\vec{u}\|^2$ أي: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AB}^2=AB^2=\|\overrightarrow{AB}\|^2$ .

#### 3/ مبرهنة1: من أجل الشعاعين $\vec{u}$، $\vec{v}$ نجد: $\vec{u}.\vec{v}=\frac{1}{2}(\|\vec{u}\|^2+\|\vec{v}\|^2-\|\vec{u}-\vec{v}\|^2)$ .

للإثبات لاحظ النشاط.

#### 4/ مبرهنة2: المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس، ونعتبر $\vec{u}\binom{x}{y}$، $\vec{v}\binom{x'}{y'}$ نجد:

$\boxed{\vec{u}.\vec{v}=xx'+yy'}$.

#### 5/ التعامد والجداء السلمي:

**تعريف:** $\vec{u}$، $\vec{v}$ شعاعان حيث: $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$، $\vec{v}=\overrightarrow{AC}$. $\vec{u}$، $\vec{v}$ متعامدان معناه $(AB)\perp(AC)$.

**اصطلاح:** نصطلح على أن الشعاع المعدوم يعامد أي شعاع.

#### 6/ مبرهنة3: الشعاع $\vec{u}$ يعامد الشعاع $\vec{v}$ معناه: $\vec{u}.\vec{v}=0$ ، البرهان سهل.

#### 7/ خواص الجداء السلمي:

**1/** $\vec{u}.\vec{v}=\vec{v}.\vec{u}$ . **2/** $\vec{u}(\vec{v}+\vec{w})=\vec{u}\vec{v}+\vec{u}\vec{w}$ . **3/** $(\lambda\vec{u}).\vec{v}=\lambda(\vec{u}.\vec{v})$ .

(للبرهان استعمل الإحداثيات $x$، $x'$، $y$، $y'$ ).

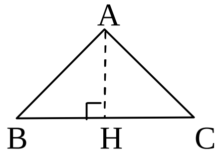
### III/ تطبيقات: ت1) من رقم 01 إلى رقم 60 ص 298 إلى 301.

**ت2)** $\vec{u}$، $\vec{v}$ شعاعان، بين باستخدام الإحداثيات أن:

**1/** $(\vec{u}+\vec{v})^2=\|\vec{u}\|^2+\|\vec{v}\|^2+2\vec{u}\vec{v}$ . **2/** $(\vec{u}.\vec{v})^2=\|\vec{u}\|^2\|\vec{v}\|^2$ . **3/** $(\vec{u}+\vec{v})(\vec{u}-\vec{v})=\|\vec{u}\|^2-\|\vec{v}\|^2$ .

**ت3)** $ABC$ مثلث متقايس الأضلاع طول ضلعه $\alpha$ ، و $H$ المسقط العمودي لـ $A$ على $(CB)$ .

أحسب بدلالة $\alpha$ كلا من: $\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BH}$ ، $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$ ، $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AH}$ ، $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{HA}$ .




## التعليمات والتوجيهات

● تقدم التعاريف المختلفة للجُداء السلمي يبرهن على تكافؤها.

تبرز المساويات: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AB}^2=AB^2=\|\overrightarrow{AB}\|^2$

الترميز " $\overrightarrow{AB}^2$ " يقرأ: " المربع السلمي للشعاع $\overrightarrow{AB}$ ".

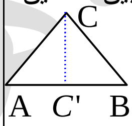
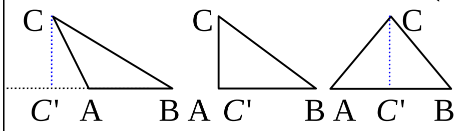
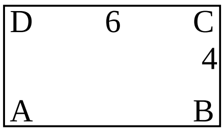
**الرقم: 28/07** **الأستاذ دهيمي ن**

| | |
|---|---|
| **المؤسســـــة:** ثانوية الحنية ـ سيدي عيسى | **المستـــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013 | **ميدان التعلم:** هندسة. |
| **التاريــــــخ:** .................................................. | **الوحـــــدة:** الجُداء السلمي في المستوي |
| **توقيت الحصـة:** ساعتان. | **موضوع الحصة:** تطبيقات الجداء السلمي (التعامد) |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** استعمال خواص الجداء السلمي لإثبات علاقات تتعلق بالتعامد ـ كتابة معادلة مستقيم علم شعاع ناظمي له ونقطة منه، باستعمال الجداء السلمي.

**مؤشرات الكفـاءة:**

| الأنشطة المقترحة وطبيعتها | الإنجاز (سير الحصة) | التعليمات والتوجيهات |
|---|---|---|
| **نشاط1:** في الشكل التالي قارن بين العددين $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ ، $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC'}$ .   **نشاط2:** المستوي مزود بمعلم متعامد ومتجانس و $(\Delta)$ مستقيم يشمل A(2,-1)، و $\vec{n}\binom{2}{1}$ شعاع عمودي على $(\Delta)$، و N(x, y) نقطة من $(\Delta)$. **1/** ماذا يحقق $\overrightarrow{AN}$ و $\vec{n}$ ؟ **2/** استنتج معادلة لـ $(\Delta)$. | **I/ تمهيد:** **II/ العرض:** **الجداء السلمي والإسقاط العمودي:** $ABC$ مثلث، و $C'$ المسقط العمودي لـ $C$ على $(AB)$، نجد $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC'}$ .   مثال: في المستطيل المقابل أحسب $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BD}$ .   **الشعاع الناظم:** **تعريف:** $(\Delta)$ مستقيم، $\vec{n}$ شعاع غير معدوم. إذا كان $\vec{n}$ عموديا على $(\Delta)$ نسميه شعاعا ناظميا للمستقيم $(\Delta)$. **ملاحظة:** إذا كانت $A$ ، نقطة من المستقيم $(\Delta)$ و $\vec{v}$ شعاعا ناظميا له، فإن:" $B\in(\Delta)$ معناه $\overrightarrow{AB}\perp\vec{v}$ " **III/ تطبيقات: ت1)** من رقم 61 إلى 67 ص 302. **ت2)** في المستوي السابق نعتبر المثلث ABC حيث: A(2,0)، B(-1,1)، C(0,3). أكتب معادلة لـ (H) الارتفاع المتعلق بالضلع $[AC]$. **ت3)** ABCD مربع، منتصفا[AD]، [DC] على الترتيب هما:I، J. بين أن $(AJ)\perp(BI)$ (بالاعتماد على المعلم(A,B,D) والعبارات التحليلية). | |

| | |
|---|---|
| **المؤسســـة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى | **المستـــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2013 / 2012 | **ميدان التعلم:** هندسة. |
| **التاريـــــخ:** ........................................................... | **الوحـــدة:** الجُداء السلمي في المستوي |
| **توقيت الحصـة:** ساعتان. | **موضوع الحصة:** دراسة مجموعة نقط |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** استعمال خواص الجداء السلمي لدراسة مجموعة نقط.

**مؤشرات الكفـاءة:**

| الأنشطة المقترحة وطبيعتها | الإنجاز (سير الحصة) | التعليم والتوجيها |
|---|---|---|
| إرشادات للحل:<br>ت84: أدخل $C$ بين $A$ و $M$ بعلاقة شال.<br>ت85: أدخل $G$ منتصف $[AB]$ بين $A$ و $M$ وبين $B$ و $M$ بعلاقة شال. أو طريقة أخرى أدخل $A$ بين $B$ و $M$ بعلاقة شال.<br>ت86: أ) أدخل $G$ مرجح $(A,2)$ و $(B,-3)$ بين $A$ و $M$ وبين $B$ و $M$ بعلاقة شال. ب) أدخل $G$ مرجح $(A,2)$ و $(B,-3)$ بين $A$ و $M$ وبين $B$ و $M$ بعلاقة شال في القوس الأيسر، ولاحظ أن ما داخل القوس الأيمن يساوي $\overrightarrow{BA}$. | **I/ تمهيد:** **II/ العرض:**<br>**III/ تطبيقات:**<br>**رقم84 ص304:** $ABC$ مثلث. ما هي مجموعة النقط $M$ من المستوي حيث $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ ؟<br>**رقم85ص304:** $A$ ، $B$ نقطتان من المستوي حيث: $AB=4$ . ما هي مجموعة النقط $M$ من المستوي حيث $MA^2+MB^2=16$ ؟<br>**رقم86ص304:** $A$ ، $B$ نقطتان متمايزتان من المستوي. ما هي مجموعة النقط $M$ من المستوي حيث: أ) $(2\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}).\overrightarrow{AB}=0$ ؟ ب) $(2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}).(\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB})=0$ ؟<br>**رقم87ص304:** (بتصرف بسيط) $I$ منتصف القطعة $[AB]$.<br>1) بين أن من أجل كل نقطة $M$ من المستوي يكون: $MA^2-MB^2=2\overrightarrow{IM}.\overrightarrow{AB}$ . (اعتمد على جداء شهير)<br>2) نفرض أن $AB=1$ . عين مجموعة النقط $M$ من المستوي حيث $MA^2-MB^2=2$ (اعتمد على الإحداثيات وعلى معلم م م مبدؤه A حيث B(2,0).).<br>**رقم88ص304:** لتكن $A$ ، $B$ نقطتين متمايزتين من المستوي و $G$ مرجح $(A,3)$ و $(B,2)$ حيث $AB=5$ . 1/ أ) أكتب $\overrightarrow{AG}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$ . ب) لتكن $(E)$ مجموعة النقط $M$ من المستوي حيث $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB}=10$ . - بين أن $G\in(E)$ . (سهل) - برهن أن $(E)$ هي المستقيم العمودي على $(AB)$ في $G$ . (أدخل $G$ بين $A$ و $M$ ) 2/ حدد $(F)$ مجموعة النقط $M$ من المستوي حيث $MA^2+MB^2=7$<br>(استعن بالإحداثيات وعلى معلم م م مبدؤه A حيث B(5,0). تجد $\phi$ ). | أو في البحث عن مجموعات نقط. |

الرقم: 28/09 — الأستاذ دهيمي ن

| | |
|---|---|
| **المؤسســـــة:** ثانوية الحنية ـ سيدي عيسى | **المستـــــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2013 / 2012 | **ميدان التعلم:** هندسة. |
| **التاريـــــخ:** ............................................................ | **الوحـــــدة:** الجُداء السلمي في المستوي |
| **توقيت الحصـة:** ساعتان. | **موضوع الحصة:** إيجاد معادلة لدائرة |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** استعمال خواص الجداء السلمي لتعيين معادلة دائرة.

**مؤشرات الكفـاءة:**

| الأنشطة المقترحة وطبيعتها | الإنجاز (سير الحصة) | التعليمات والتوجيهات |
|---|---|---|
| **نشاط:** لتكن القطعة المستقيمة $[AB]$ حيث $AB=4$ و $N$ نقطة متغيرة من المستوي حيث: $\overrightarrow{AN}.\overrightarrow{BN}=0$ .<br>**1/** ما نوع المثلث $ABN$ ؟<br>**2/** لتكن $I$ منتصف $[AB]$. قدر المسافة $IN$.<br>**3/** استنتج المجموعة التي يمكن أن تنتمي إليها $N$.<br>**4/** نفرض $A(1,1)$ ، $B(5,1)$ ، $N(x,y)$. أكتب الشرط $\overrightarrow{AN}.\overrightarrow{BN}=0$ باستخدام الإحداثيات. | **I/ تمهيد:**<br>**II/ العرض:**<br>**الدائرة والجداء السلمي:**<br>**نتيجة1:** $A$ ، $B$ نقطتان متمايزتان من المستوي، $N$ نقطة متغيرة منه. نجد:<br>" $\overrightarrow{AN}.\overrightarrow{BN}=0$ " يكافئ" $N$ من الدائرة التي $[AB]$ قطر لها".<br>**نتيجة2:** كل دائرة من المستوي المزود بمعلم متعامد ومتجانس لها معادلة من الشكل:<br>$x^2+y^2+ax+by+c=0$ . وليس بالضرورة كل معادلة من هذا الشكل هي معادلة لدائرة.<br>مثال1: $x^2+y^2-1=0$ معادلة للدائرة المثلثية.<br>مثال2: $x^2+y^2+2x-2y-2=0$ تكافئ $(x+1)^2+(y-1)^2=2^2$ وهي معادلة ...<br>مثال3: تعرف على المجموعة ذات المعادلة: $x^2+y^2+2x-2y+3=0$ ، ثم على المجموعة ذات المعادلة: $4x^2+4y^2+4x-8y+5=0$.<br>**III/ تطبيقات:** ت1) رقم74، 75، 76 ص 303.<br>ت2) في المستوي السابق: **1/** عين معادلة للدائرة: $C(w(-2,1),\sqrt{3})$. **2/** ثم للدائرة $(C')$ التي [AB] قطرلها حيث: A(-2,-1) B(-3,2). **3/** بين أن مجموعة النقط M(x,y) من المستوي حيث: $x^2-y^2-2x=0$ هي دائرة، وحدد عناصرها المميزة. **4/** أدرس المجموعة: $x^2+y^2+2x-4y+8=0$. **5/** (هذا السؤال لا يهم ع تج) أدرس حسب قيم العدد الحقيقي $k$ مجموعة النقط المعرفة بالمعادلة: $x^2+y^2+2x-4y+k=0$. | |

الأستاذ دهيمي ن

الرقم: 28/10

| | |
|---|---|
| **المؤسســـة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى | **المستـــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013 | **ميدان التعلم:** هندسة. |
| **التاريـــــخ:** ................................................ | **الوحـــدة:** الجُداء السلمي في المستوي |
| **توقيت الحصـة:** ساعتان. | **موضوع الحصة:** حساب مسافات، وأقياس زوايا |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** استعمال خواص الجداء السلمي و/أو عبارته التحليلية لحساب مسافات وأقياس زوايا.

**مؤشرات الكفـاءة:**

## الأنشطة المقترحة وطبيعتها

**نشاط1:** I منتصف $[AB]$ و M كيفية.

1/ بين أن $MA^2+MB^2=(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA})^2+(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB})^2$.

2/ استنتج أن $MA^2+MB^2=2MI^2+\frac{1}{2}AB^2$.

**نشاط2:** نعتبر المستقيم $(\Delta): x+y-3=0$ والنقطة $A(-1,2)$. نريد حساب بعد $A$ عن $(\Delta)$. ليكن $H(x,y)$ المسقط العمودي لـ $A$ على $(\Delta)$.

1/ هات شعاع توجيه $\vec{v}$ لـ $(\Delta)$.

2/ جد $\vec{v}.\overrightarrow{AH}$.

3/ حل الجملة $\begin{cases} x+y-3=0 \\ \vec{v}.\overrightarrow{AH}=0 \end{cases}$ في $R$.

4/ استنتج إحداثيتي $H$، واحسب المسافة $AH$.

5/ باعتبار $(\Delta): ax+by+c=0$ أحسب العدد $\frac{|ax_A+by_A+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

## الإنجاز (سير الحصة)

**I/ تمهيد:**

**II/ العرض:** في كامل الحصة المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

**العلاقات المترية في مثلث:**

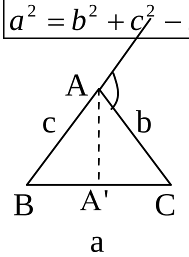
**مبرهنة1:** من أجل نقطتين A، B من المستوي، وI منتصف $[AB]$. وM كيفية نجد:

$MA^2+MB^2=2MI^2+\frac{1}{2}AB^2$.

**مبرهنة2:** (مبرهنة الكاشي) $ABC$ مثلث أطوال أضلاعه $a$، $b$، $c$ كما بالشكل.

$\boxed{a^2=b^2+c^2-2bc\cos\hat{A}}\ \boxed{b^2=a^2+c^2-2ac\cos\hat{B}}\ \boxed{c^2=a^2+b^2-2ab\cos\hat{C}}$

(للإثبات لاحظ أن $a^2=(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC})^2=c^2+b^2+2cb\cos(\pi-\hat{A})$)




**مبرهنة3:** ABC مثلث (كما سبق). وS مساحته ، نجد:

$\boxed{S=\frac{1}{2}bc\sin\hat{A}=\frac{1}{2}ac\sin\hat{B}=\frac{1}{2}ab\sin\hat{C}}$.

(للإثبات لاحظ أن $S=\frac{1}{2}(a\times AA')=\frac{1}{2}ac\sin\hat{B}$).

**مبرهنة4:** من المبرهنة السابقة نجد أن: $\boxed{\frac{a}{\sin\hat{A}}=\frac{b}{\sin\hat{B}}=\frac{c}{\sin\hat{C}}}$.

مثال: $ABC$ مثلث حيث $BC=6$، $AB=4$، $AC=5$، أحسب $\cos\hat{A}$ واستنتج $\sin\hat{A}$ و $S$ مساحته.

**المسافة بين نقطة ومستقيم:**

**تعريف:** المسافة بين نقطة ومستقيم هي المسافة بينها وبين مسقطها العمودي عليه.

**مبرهنة5:**

المسافة بين النقطة $A(x_A,y_A)$ والمستقيم $(\Delta): ax+by+c=0$ هي: $\frac{|ax_A+by_A+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

**III/ تطبيقات:** ت1) من رقم96 إلى106 ص306.

ت2) ABC مثلث حيث: $AB=5$، $AC=8$، $BC=7$.

1/ عين $(L)$ مجموعة النقط N من المستوي حيث: $NA^2+NC^2=38$.

2/ أحسب $\hat{A}$ و $\hat{B}$ و $\hat{C}$. (استعمل آلة حاسبة). 3/ أحسب مسافة B عن $(AC)$.

ت3) ABCD مربع طول ضلعه 3. I و J معرفتان كما يلي: $\overrightarrow{BI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$، $\overrightarrow{CJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$.

1/ حدد قيسا لكل من: $(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BI})$، $(\overrightarrow{CJ},\overrightarrow{AB})$. 2/ أحسب $\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{BJ}$. ماذا تستنتج؟

## التعليمات والتوجيهات

تدرج العلاقات المترية المألوفة (مبرهنة الكاشي، $MA^2+MB^2$، $MA^2-MB^2$) التي نستعملها لحساب المسافات أو الزوايا

| | |
|---|---|
| **المؤسســــة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى | **المستـــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013 | **ميدان التعلم:** هندسة. |
| **التاريـــــخ:** ............................................... | **الوحـــدة:** الجُداء السلمي في المستوي |
| **توقيت الحصـة:** ساعتان. | **موضوع الحصة:** دساتير الجمع |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** استعمال خواص الجداء السلمي و/أو عبارته التحليلية لإثبات دساتير الجمع

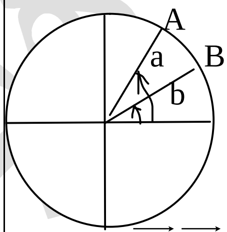
**مؤشرات الكفـاءة:**

---

**الأنشطة المقترحة وطبيعتها**

**نشاط:**

على الدائرة المثلثية في الشكل الموالي:




**1/** أحسب: $\overrightarrow{OB}.\overrightarrow{OA}$ ، باعتماد التعريف ثم باستخدام الإحداثيات واستنتج أن: $\cos(a-b) = \cos a.\cos b + \sin a.\sin b$

**2/** بين أن: $\cos(a+b) = \cos a.\cos b - \sin a.\sin b$

**3/** بالاعتماد على:

$\cos(\frac{\pi}{2} - x) = \sin x$ ، $\sin(\frac{\pi}{2} - x) = \cos x$ ، بين أن:

$\sin(a-b) = \sin a\cos b - \sin b\cos a$

$\sin(a+b) = \sin a\cos b + \sin b\cos a$

**4/** أحسب:

$\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6}$ و $\cos\frac{\pi}{12}$ و $\sin\frac{\pi}{12}$.

---

**الإنجاز (سير الحصة)**

## I/ تمهيد:

## II/ العرض:

### دساتير الجمع:

من أجل أي عددين حقيقين x ، y نجد:

$$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$$
$$\cos(x-y) = \cos x\cos y + \sin x\sin y$$
$$\sin(x-y) = \sin x\cos y - \sin y\cos x$$
$$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \sin y\cos x$$

**نتائج أخرى:** $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ ، $\sin 2x = 2\sin x\cos x$ ، $\cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}$ ، $\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}$.

أمثلة: أحسب: $\cos\frac{\pi}{8}$ ، $\sin\frac{\pi}{8}$.

## III/ تطبيقات: ت1) من رقم 108 إلى رقم 119 ص 307.

ت2) 1/ أحسب $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3}$ ، ثم استنتج $\cos\frac{7\pi}{12}$ ، $\sin\frac{7\pi}{12}$.

2/ أحسب $\cos\frac{5\pi}{12}$ ،.(حلّ:أحسب أولا $\cos^2\frac{5\pi}{12}$)

3/ أحسب $\cos\frac{11\pi}{12}$ ، $\sin\frac{11\pi}{12}$.(إرشادّ:أحسب $\pi - \frac{\pi}{12}$ ولاحظ السؤال4/ في النشاط)

ت3)(لا يهم ع تج) x ، y عددان حقيقيان، نضع: $\alpha = x + y$ ، $\beta = x - y$ .

أحسب وبسط: $\frac{\alpha+\beta}{2}$ ، $\frac{\alpha-\beta}{2}$ . ثم بين أن: $\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$ ،

$\sin\alpha - \sin\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$.

---

**التعليمات والتوجيهات**

توظيف الجداء السلمي لإثبات دساتير الجمع المتعلقة بجيب تمام و جيب وعبارة $\sin 2a$ و $\cos 2a$ التي تستنتج منها.

| | |
|---|---|
| **المؤسســـة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى | **المستـــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013 | **ميدان التعلم:** هندسة. |
| **التاريـــــخ:** ...................................................... | **الوحـــدة:** الزوايا الموجهة وحساب المثلثات |
| **توقيت الحصـة:** ساعتان. | **موضوع الحصة:** المعادلة: $a\cos x + b\sin x = c$ |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** حلّ المعادلة: $a\cos x + b\sin x = c$

**مؤشرات الكفـاءة:**

| الأنشطة المقترحة وطبيعتها | الإنجاز (سير الحصة) | التعليمات والتوجيهات |
|---|---|---|
| | | |

**الأنشطة المقترحة وطبيعتها:**

**نشاط:** نريد حل المعادلة $a\cos x + b\sin x = c ...(1)$ في حالات بسيطة.

لاحظ أن (1) تكافئ $\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos x + \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin x = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}$

1/ نعتبر $a=1$ ، $b=\sqrt{3}$ ، $c=\sqrt{2}$ . بين أن(1) تكافئ $\cos(\theta - x) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ مع تحديد $\theta$ .

2/ استنتج حل(1).

**الإنجاز (سير الحصة):**

**I/ تمهيد:**

**II/ العرض:**

**حلّ المعادلة** $a\cos x + b\sin x = c$ **:**

المعادلة $\boxed{a\cos x + b\sin x = c}$ تكافئ $\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos x + \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin x = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}$ .

بوضع $\cos\theta = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$ و $\sin\theta = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$ نحصل على المعادلة المكافئة التالية:

$$\boxed{\cos(\theta - x) = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}}.$$

**III/ تطبيقات:**

**ت1)** حل في R المعادلات التالية:

$\cos x + \sin x = 1...(1)$ $\sqrt{3}\cos x - \sin x = 4...(2)$ $\cos x - \sin x = \sqrt{2}...(3)$ .

**ت2)** (خاص بالرياضي) حل وناقش حسب قيم العدد الحقيقي $k$ المعادلة: $\cos x + \sin x = k...(*)$ .

**ت3)** (خاص بالتقني رياضي) ناقش حسب قيم العدد الحقيقي $k$ وجود حلول للمعادلة: $\cos x + \sin x = k...(*)$ .

**التعليمات والتوجيهات:**



| | |
|---|---|
| **المؤسســـة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى | **المستـــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013 | **ميدان التعلم:** هندسة. |
| **التاريـــــخ:** ...................................................... | **الوحـــدة:** التحويلات النقطية. |
| **توقيت الحصـة:** ساعتان. | **موضوع الحصة:** التناظر والانسحاب والدوران. |

**المكتسبات القبلية:** التحويلات النقطية المدروسة سابقا.

**الكفاءات القاعدية:** توظيف خواص التحويلات المدروسة سابقا لحل مسائل (غير موجودة في المنهاج)

**مؤشرات الكفـاءة:**

**الأنشطة المقترحة وطبيعتها:**

كل الحصة عبارة عن أنشطة

**الإنجاز (سير الحصة):**

**I/ تمهيد:**

**II/ العرض:**

**III/ تطبيقات:**

نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ المستقيم: $(\Delta): x-y-3=0$ والنقط: $A(4,2)$ ، $B(-2,-1)$ .

**1/** بين أن النقط $A$ ، $B$ ، $O$ على استقامة واحدة ثم أنشئ $A$ ، $B$ ، $(\Delta)$ .

**2/** أنشئ $A'$ ، $B'$ ، $O'$ صور $A$ ، $B$ ، $O$ بواسطة التناظر بالنسبة إلى $(\Delta)$ .

**3/** أنشئ $A''$ ، $B''$ ، $O''$ صور $A$ ، $B$ ، $O$ بواسطة التناظر بالنسبة إلى $O$ .

**4/** استنتج وضعية $A'$ ، $B'$ ، $O'$ ، ثم وضعية $A''$ ، $B''$ ، $O''$ .

**5/** نعتبر الدائرة $\gamma(A,2)$ . أنشئ $(\gamma)$ و $(\gamma')$ صورتها بواسطة الانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{OA}$ .

**6/** T الدوران الذي مركزه $A$ وزاويته $\frac{\pi}{4}$ . أنشئ $(\gamma'')$ صورة $(\gamma)$ بواسطة T.

**التعليمات والتوجيهات:**

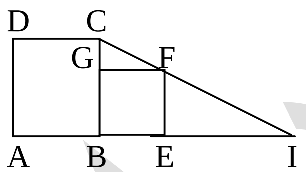
- لا تخصص دروس للتحويلات التي درست سابقا (التناظر المركزي، التناظر المحوري، الانسحاب، الدوران)، بل تتم معالجتها من خلال حلّ بعض المسائل بتوظيف الخواص التالية:
- الحفاظ على الاستقامية، المرجح، الزوايا الموجهة.
- الحفاظ على الأطوال وعلى المساحات.
- الخواص المتعلقة بصور بعض الأشكال الهندسية (مستقيم، قطعة مستقيم، دائرة).

| | |
|---|---|
| **المؤسســـــة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى | **المستـــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013 | **ميدان التعلم:** هندسة. |
| **التاريـــــخ:** ........................................................ | **الوحـــــدة:** التحويلات النقطية |
| **توقيت الحصـة:** ساعتان. | **موضوع الحصة:** التحاكي |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** استعمال خواص التحاكي لإثبات استقامية نقط.

**مؤشرات الكفـاءة:**

| الأنشطة المقترحة وطبيعتها | الإنجاز (سير الحصة) | التعليمات والتوجيهات |
|---|---|---|
| **نشاط1:** (التحاكي) A، W نقطتان معلومتان في المستوي.<br>1/ أنشئ A، W، ثم $A'$ حيث: $\overrightarrow{WA'} = 3\overrightarrow{WA}$.<br>2/ نفرض أن المستوي منسوب إلى معلم وأن: A(2,-1)، W(0,3). أوجد إحداثيتي $A'$ .<br>**نشاط2:** (الخاصية المميزة) h التحاكي الذي مركزهO، ونسبته k ولتكن $A'$، $B'$ صورتيA،B على التوالي بـ h.<br>بين أن: $\overrightarrow{A'B'} = k\overrightarrow{AB}$ ، وقارن بين الطولين: $A'B'$ ، $AB$ . | **I/ تمهيد:**<br>**II/ العرض:**<br>**التحاكي:**<br>**تعريف:** O نقطة من المستوي، k عدد حقيقي غير معدوم. التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة $N$ من المستوي النقطة $N'$ حيث: $\overrightarrow{ON'} = k\overrightarrow{ON}$ ، يدعى تحاكيا، ويسمى O مركز هذا التحاكي وk نسبته.<br>**ترميز:** إذا كانت $N'$ صورة $N$ بالتحاكيh، نكتب: $h(N) = N'$ أو $N \overset{h}{\mapsto} N'$ .<br>**نتائج:** $A$ ، $B$ ، $C$ نقط من المستوي صورها $A'$ ، $B'$ ، $C'$ بالتحاكي h ذي النسبةk.<br>1/ ( $A'$ ، $B'$ صورتي $A$ ، $B$ بـh) معناه ( $\overrightarrow{A'B'} = k\overrightarrow{AB}$ ).<br>2/ $(A'B') \parallel (AB)$ .    3/ $A'B' = \|k\|AB$ .<br>4/ ( $A$ ، $B$ ، $C$ على استقامة واحدة) معناه ( $A'$ ، $B'$ ، $C'$ على استقامة واحدة).<br>5/ إذا كان G مرجح الجملة: $\{(A,\alpha),(B,\beta)\}$ ، فإن $G'$ مرجح الجملة: $\{(A',\alpha),(B',\beta)\}$ . | |
| **ت3)** $l$ تحاكٍ و $A'$ ، $B'$ ، $G'$ صور A، B، G.<br>بين أنه إذا كان G مرجح $\{(A,\alpha),(B,\beta)\}$ ، فإن $G'$ مرجح $\{(A',\alpha),(B',\beta)\}$ .<br>(للحل: استبدل $\overrightarrow{AG}$بـ$k\overrightarrow{A'G'}$، و $\overrightarrow{BG}$ بـ$k\overrightarrow{B'G'}$...). | **III/ تطبيقات:**<br>**ت1)** ABCD مربع و BEFG كذلك، حيث: AB = 3 ، BE = 2 . (أنظر الشكل).<br><br>1/ بين أن: (AC) \\ (BF) (التماثل للزوايا).<br>2/ عبر عن $\overrightarrow{IB}$ بدلالة $\overrightarrow{IA}$ . (طالس).<br>3/ بين أن صورة G بالتحاكي T الذي مركزه I ونسبته $\frac{3}{2}$ هيD. (علاقة شال).<br>4/ استنتج أن النقط I، G، D على استقامة واحدة.<br>**ت2)** G مرجح الجملة $\{(A,2),(B,1)\}$ . h التحاكي ذو المركز G والنسبة k، علما أن B صورة A بـ h جد k. (الحل: لدينا من جهة: $\overrightarrow{GB} = k\overrightarrow{GA}$ ... (1). ومن جهة أخرى: $2\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = \vec{0}$ ، أي: $\overrightarrow{GB} = -2\overrightarrow{GA}$ ... (2) . من (1) و(2) نجد: k = -2). | |

| | |
|---|---|
| **المؤسســـــة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى | **المستـــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2013 / 2012 | **ميدان التعلم:** هندسة. |
| **التاريـــــخ:** ...................................................... | **الوحـــــدة:** التحويلات النقطية |
| **توقيت الحصـة:** ساعتان. | **موضوع الحصة:** التحاكي (حل مسائل) |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** توظيف التحويلات النقطية في حل مسائل هندسية.

**مؤشرات الكفـاءة:**

| الأنشطة المقترحة وطبيعتها | الإنجاز (سير الحصة) | التعليمات والتوجيهات |
|---|---|---|
| كل الحصة عبارة عن أنشطة | **I/ تمهيد:**<br>**II/ العرض:**<br>**III/ تطبيقات:**<br>**ت1)** $ABC$ مثلث و $w$ نقطة خارجه، و $l$ تحاك مركزه $w$ ونسبته2، $h$ تحاك مركزه $w$ ونسبته3. أنشئ $A_0B_0C_0$ صورة $ABC$ بـ $l$، و $A'B'C'$ صورة $A_0B_0C_0$ بـ $h$. (نسمي $A'B'C'$ صورة $ABC$ بـ $hol$ [ تركيب $l$ و $h$ ])<br>**ت2)** $ABC$ مثلث و $w$ نقطة خارجه، و $l$ تحاك مركزه $w$ ونسبته2، $h$ التناظر بالمركز $w$.<br>1) أنشئ $A_0B_0C_0$ صورة $ABC$ بـ $l$، و $A'B'C'$ صورة $A_0B_0C_0$ بـ $h$.<br>2) أنشئ صورة $ABC$ بالتحاكي الذي مركزه $w$ ونسبته $-2$. ما استنتاجك؟<br>**ت3)** نعتبر التحاكي $l(w(-2,1),2)$، ولتكن: $l(N)=N'$ حيث: $N(x,y)$، $N'(x',y')$.<br>* عبر عن $x'$، $y'$ بدلالة: $x$، $y$. | نقترح أنشطة حول إنشاء صور أشكال هندسية بتركيب تحاكيين لهما نفس المركز.<br>تجدر الملاحظة إلى أن كل تحاك نسبته سالبة هو مركب تحاك نسبته موجبة وتناظر مركزي. |

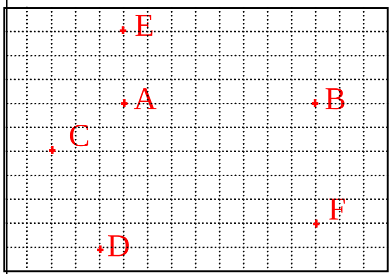
الرقم: 28/16 الأستاذ دهيمي ن

| | |
|---|---|
| **المؤسسـة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى | **المستـوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013 | **ميدان التعلم:** هندسة. |
| **التاريـخ:** ........................................................ | **الوحـدة:** التحويلات النقطية |
| **توقيت الحصـة:** ساعتان. | **موضوع الحصة:** حل مسائل هندسية |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** توظيف التحويلات النقطية في حل مسائل هندسية.

**مؤشرات الكفـاءة:**

| الأنشطة المقترحة وطبيعتها | الإنجاز (سير الحصة) | التعليمات والتوجيهات |
|---|---|---|
| كل الحصة عبارة عن أنشطة | **I/ تمهيد:**<br>**II/ العرض:**<br>**III/ تطبيقات:**<br>ت1) 32ص330 بتصرف: في الشكل الموالي:<br>أ- جد مركز ونسبة التحاكي الذي يحول $A$ إلى $B$ و $C$ إلى $D$.<br>ب - نفس الشيء مع التحاكي الذي يحول $A$ إلى $B$ و $E$ إلى $F$.<br>ننسب المستوي السابق إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(C, \frac{\overrightarrow{AE}}{3}, \frac{\overrightarrow{AB}}{8})$.<br>ونعتبر فيما يأتي التحاكي المذكور في السؤال أ-.<br>جـ - أذكر إحداثيات كل النقط السابقة.<br>د - لتكن $N'(x', y')$ صورة $N(x, y)$. عبر عن $x'$، $y'$ بدلالة: $x$، $y$.<br>هـ - جد صورة $D$ بهذا التحاكي.<br>و- أكتب معادلة للمستقيم $(AF)$ ومعادلة لصورته بواسطة التحاكي السابق. | <br>تعديل 2008/2009: ... وحل مسائل هندسية نكتفي بحل مسائل في الهندسة التحليلية ويمتد العمل عليها إلى السنة الثالثة. |

الرقم: 28/17 لا تهم 2 ع تج الأستاذ دهيمي ن

| | |
|---|---|
| **المؤسسـة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى | **المستـوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013 | **ميدان التعلم:** هندسة. |
| **التاريـخ:** ........................................................ | **الوحـدة:** التحويلات النقطية |
| **توقيت الحصـة:** ساعتان. | **موضوع الحصة:** المحل الهندسي لنقطة |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** تعيين محل هندسي .

**مؤشرات الكفـاءة:**

| الأنشطة المقترحة وطبيعتها | الإنجاز (سير الحصة) | التعليمات والتوجيهات |
|---|---|---|
| كل الحصة عبارة عن أنشطة | **I/ تمهيد:**<br>**II/ العرض:**<br>**III/ تطبيقات:** ت1)53 ص333: $(\gamma)$ دائرة ثابتة مركزها $M$، $A$ و $B$ نقطتان متمايزتان ثابتتان خارجها. من أجل كل نقطة $C$ من $(\gamma)$ نرسم متوازي الأضلاع $ABCD$.<br>ما هو المحل الهندسي للنقطة $D$ لما تتغير $C$ على الدائرة $(\gamma)$؟ (استعمل كون $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$ و $\overrightarrow{BA}$ ثابت)<br>ت2) 54 ص333: $(\Delta)$ مستقيم ثابت، $A$ و $C$ نقطتان متمايزتان ثابتتان ليستا منه. من أجل كل نقطة $B$ من $(\Delta)$ نرسم متوازي الأضلاع $ABCD$.<br>ما هو المحل الهندسي للنقطة $D$ لما تتغير $B$ على المستقيم $(\Delta)$؟ (استعمل تناصف القطرين و $[AB]$ ثابت) | ● نذكر بأنّ البحث عن محل هندسي يجرنا في أغلب الأحيان إلى إثبات الاحتواء في المرحلة الأولى ثمّ إثبات الاحتواء العكسي في المرحلة الثانية، بينما يمكننا استعمال تحويل نقطي من تجاوز ذلك بالوصول إلى استنتاجات مباشرة. |

الرقم: 28 /18 | لا تهم 2 ع تج | الأستاذ دهيمي ن

| | |
|---|---|
| **المؤسســـــة:** ثانوية الحنية ـ سيدي عيسى | **المستـــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013 | **ميدان التعلم:** هندسة. |
| **التاريـــــخ:** ............................................................ | **الوحــــدة:** التحويلات النقطية |
| **توقيت الحصـة:** ساعتان. | **موضوع الحصة:** الإنشاءات الهندسية |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** حل مسائل حول الإنشاءات الهندسية.

**مؤشرات الكفـاءة:**

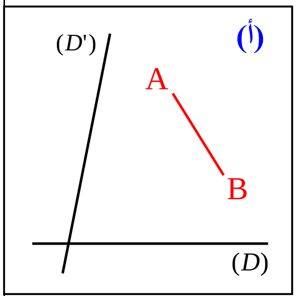
| الأنشطة المقترحة وطبيعتها | الإنجاز (سير الحصة) | التعليمات والتوجيهات |
|---|---|---|
| كل الحصة عبارة عن أنشطة | (see below) | ● نقترح مسائل يبرز فيها التفكير المنطقي في اختيار وإيجاد عدة طرق للحل (هندسية شعاعية، هندسة تحليلية، توظيف التحويلات النقطية،...). عند البحث في هذه المسائل نستغل و نثمّن مراحل التجريب والتخمين التي يقوم بها التلميذ، بل ونشجعه على ذلك. كما يمكن الاستعانة برمجيات الهندسة الديناميكية. ● في أغلب الحالات يكون من الأنجع استعمال دساتير تربط النسب المثلثية للزوايا والأضلاع ومساحة المثلث. |

## الإنجاز (سير الحصة)

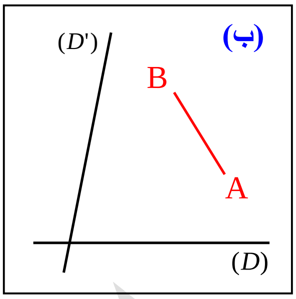
**I/ تمهيد:**

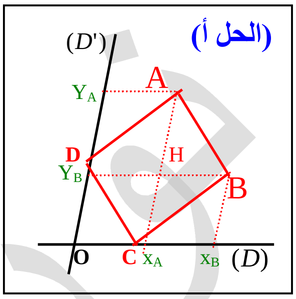
**II/ العرض:**

**III/ تطبيقات:** **ت1)51 ص333:** في كل حالة من الحالتين التاليتين أنشئ النقطتين $C$ و $D$ على المستقيمين $(D)$ و $(D')$ على الترتيب، حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.



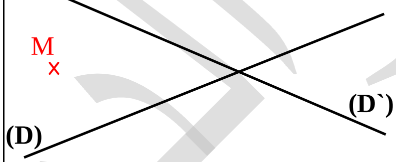

[**الحل:** **الحالة أ:** افرض وجود حل وأنشئ شكلا، انسب الشكل إلى معلم محوراه المستقيمان المذكوران، ومثل هندسيا إحداثيات كل من $A$ و $B$ ومن جهة أخرى وباستعمال مركبات الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{DC}$ بين أن $x_B - x_A = x_c$ و $y_B - y_A = y_c$ . فسر ذلك هندسيا تجد الحل. **أما في الإثبات** فبين أن المثلثين $ODC$ ، $HAB$ متقايسان (أنظر الشكل المرفق مع الحل)، واستنتج أن $DC = AB$ و $(DC)//(AB)$ ومنه $ABCD$ م أ. **الحالة ب:** بطريقة مشابهة]




**ت2)52 ص333:** $(D)$ و $(D')$ مستقيمان متقاطعان، $M$ نقطة لا تنتمي إليهما. أنشئ نقطة $N$ على $(D)$ ونقطة $p$ على $(D')$ في كل من الحالتين:

1- $N$ منتصف$[MP]$. 2- $M$ منتصف$[NP]$.




[**الحل:** **الحالة1:** حدد أولا نصف المستقيم من $(D')$ المناسب لإنشاء $p$ حتى يمكن وجود $N$ وحدد أيضا نصف المستقيم من $(D)$ المناسب لإنشائها ثم أنشئ شكلا، أنشئ المستقيم $(L)$ المار من $(M)$ والموازي لـ$(D')$. سيتشكل مثلثان متقايسان. **الإنشاء الدقيق والإثبات:** بعد إنشاء المستقيمين $(D)$ و $(D')$ أنشئ $(L)$ ... واصل ... **الحالة2:** لوحدك...]

| | |
|---|---|
| **المؤسســـــة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى | **المستـــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2013 / 2012 | **ميدان التعلم:** هندسة. |
| **التاريـــــخ:** ......................................................... | **الوحـــدة:** الهندسة الفضائية |
| **توقيت الحصـة:** ساعة أو أقل. | **موضوع الحصة:** مقطع مكعب بمستو |

**المكتسبات القبلية:** ............................................

**الكفاءات القاعدية:** إنشاء مقطع مكعب بمستو.

**مؤشرات الكفـاءة:** ............................................

| الأنشطة المقترحة وطبيعتها | الإنجاز (سير الحصة) | التعليمات والتوجيهات |
|---|---|---|
| **نشاط:** أنشئ مكعبا ومستويا متقاطعين (ناقش كل الوضعيات). | (انظر أدناه) | نستعمل بديهيات الوقوع والترتيب المدروسة في السنة الأولى ثانوي لتبرير هذه الإنشاءات. |

## الإنجاز (سير الحصة)

**I/ تمهيد:**

**II/ العرض:**

**المقاطع المستوية لمكعب:**

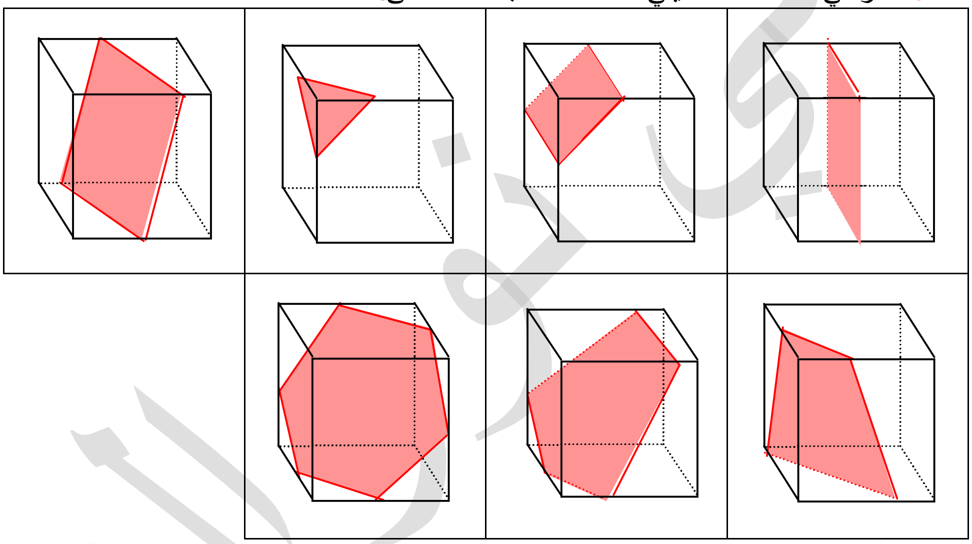
مقطع مكعب بمستو $(p)$ هو:

مربع إذا كان$(p)$ موازيا لأحد أوجه المكعب.

قطعة مستقيمة أو مستطيل إذا كان$(p)$ موازيا لأحد أحرف المكعب.

نقطة، مثلث، متوازي أضلاع، شبه منحرف، خماسي أو سداسي في الحالات الأخرى.

أمثلة: أذكر في كل شكل مما يلي الحالة المناسبة مما مضى:



**III/ تطبيقات:** ت1) رقم 26، 27 ص 256

ت2) $ABCDEFGH$ مكعب، $I$ نقطة من الحرف $[AB]$.

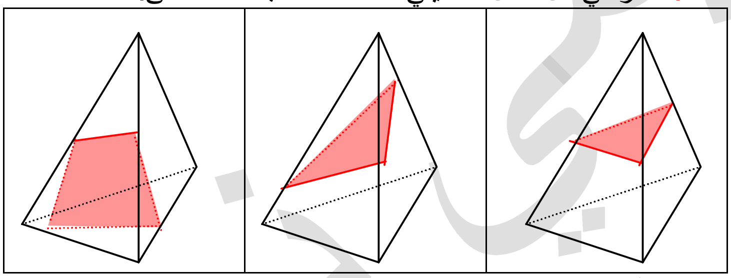
أنشئ مقطع المكعب $ABCDEFGH$ بالمستوي $(ICH)$. (ناقش الحالات الخاصة) (حل مختصر: من توازي الوجهين $CDHG$ ، $ABFE$ ينتج أن المستوي $(ICH)$ يقطعهما وفق مستقيمين متوازيين، إذا أنشئ النقطة $J$ من $[AE]$ حيث $(CH)//(IJ)$).

| | |
|---|---|
| **المؤسســـــة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى | **المستـــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2013 / 2012 | **ميدان التعلم:** هندسة. |
| **التاريـــــخ:** ........................................................ | **الوحــــدة:** الهندسة الفضائية |
| **توقيت الحصـة:** ساعة أو أقل. | **موضوع الحصة:** مقطع رباعي وجوه بمستو |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** إنشاء مقطع رباعي وجوه بمستو.

**مؤشرات الكفـاءة:** .............................................

| الأنشطة المقترحة وطبيعتها | الإنجاز (سير الحصة) | التعليمات والتوجيهات |
|---|---|---|
| **نشاط:** أنشئ مقطع مستو برباعي وجوه. (ناقش كل الحالات). | **I/ تمهيد:** <br> **II/ العرض:** <br> **المقاطع المستوية لرباعي وجوه:** <br> مقطع رباعي وجوه بمستو $(p)$ هو: <br> نقطة أو مثلث إذا كان $(p)$ موازيا لأحد أوجه رباعي الوجوه. <br> نقطة، قطعة مستقيمة، مثلث أو رباعي في الحالات الأخرى. <br> أمثلة: أذكر في كل شكل مما يلي الحالة المناسبة مما مضى: <br>  <br> **III/ تطبيقات:ت1)** رقم 28، 29، 30 ص 256. | نستعمل بديهيات الوقوع والترتيب المدروسة في السنة الأولى ثانوي لتبرير هذه الإنشاءات. |



| | |
|---|---|
| **المؤسســـــة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى | **المستـــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2013 / 2012 | **ميدان التعلم:** هندسة. |
| **التاريـــــخ:** ........................................................ | **الوحــــدة:** الهندسة الفضائية |
| **توقيت الحصـة:** ساعتان. | **موضوع الحصة:** الحساب الشعاعي في الفضاء |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** ممارسة الحساب الشعاعي في الفضاء. - استعمال الأشعة لإثبات توازي شعاعين واستقامية ثلاث نقط.

**مؤشرات الكفـاءة:** .............................................

| الأنشطة المقترحة وطبيعتها | الإنجاز (سير الحصة) | التعليمات والتوجيهات |
|---|---|---|
| **ت3)** ABCD رباعي وجوه، وI، H، K منتصفات [BC]،[GG']، [DI] على الترتيب. حيث G مركز المسافات المساوية للنقط A، B، C، و'G تحقق $\overrightarrow{AG'}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$. <br> (G مركز ثقل المثلث ABC). <br> **1/** أرسم الشكل. <br> **2/** عبر عن $\overrightarrow{AG}$ بدلالة $\overrightarrow{AI}$، ثم عن $\overrightarrow{GH}$ بدلالة $\overrightarrow{IK}$. <br> **3/** أذكر العلاقة بين$\overrightarrow{AH}$،$\overrightarrow{AK}$، واستنتج أن النقط A، H وK في استقامية. | **I/ تمهيد:** <br> **II/ العرض:** <br> **تمهيد:** <br> يتم تمديد كل تعاريف وخواص الأشعة والعمليات عليها في الهندسة المستوية إلى الفضاء. <br> **III/ تطبيقات:** (أنظر هامش المذكرة الموالية) <br> **ت1)** $\vec{v}$، $\vec{u}$، $\vec{i}$ أشعة من الفضاء. <br> بسط الشعاع التالي: $\vec{A}=(\vec{v}-2\vec{u})-2(3\vec{u}+4\vec{i})+3(5\vec{i}-6\vec{v})$ <br> **ت2)** ABCDEFGH مكعب، لتكن I، J وK نقط حيث: I منتصف [FG]، و: $4\overrightarrow{FJ}=3\overrightarrow{FE}$، $2\overrightarrow{DK}=3\overrightarrow{DC}$. <br> **1/** عبر عن كل من: $\overrightarrow{IJ}$، $\overrightarrow{AK}$ بدلالة: $\overrightarrow{FE}$، $\overrightarrow{FG}$. <br> **2/** بين أن $\overrightarrow{IJ}$ و $\overrightarrow{AK}$ مرتبطان خطيا. ما هو الوضع النسبي للمستقيمين $(IJ)$، $(AK)$؟ | |

| | |
|---|---|
| **المؤسســـة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى | **المستـــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013 | **ميدان التعلم:** هندسة. |
| **التاريـــــخ:** ............................................................ | **الوحـــدة:** الهندسة الفضائية |
| **توقيت الحصـة:** ساعتان. | **موضوع الحصة:** الأشعة من نفس المستوي |

**المكتسبات القبلية:** كل قواعد الحساب على الأشعة والعمليات عليها في الهندسة المستوية صحيحة في الفضاء.

**الكفاءات القاعدية:** البرهان على أنّ أشعة من نفس المستوي.

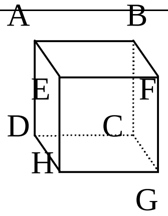
**مؤشرات الكفـاءة:** ..............................................

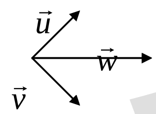
| الأنشطة المقترحة وطبيعتها | الإنجاز (سير الحصة) | التعليمات والتوجيهات |
|---|---|---|
| **نشاط:** ABCDEFGH مكعب. 1/ حدد ثلاثة أشعة من نفس المستوي. 2/ حدد ثلاث أشعة ليست من نفس المستوي. حل ت2) س2): | **I/ تمهيد:** **II/ العرض:** **الأشعة من نفس المستوي:** | نمدد العمليات المألوفة على الأشعة في المستوي إلى الفضاء، بتوظيف خواص الجمع الشعاعي وضرب شعاع بعدد حقيقي ونتجنب كل دراسة نظرية لبنية الفضاء الشعاعي. |

**تعريف:** $\vec{v}$، $\vec{u}$، $\vec{w}$ أشعة من الفضاء، O، A، B، C نقط من الفضاء حيث: $\overrightarrow{OA}=\vec{v}$، $\overrightarrow{OB}=\vec{u}$، $\overrightarrow{OC}=\vec{w}$. إذا كانت النقط O، A، B، C من نفس المستوي، نقول إن الأشعة $\vec{v}$، $\vec{u}$، $\vec{w}$ من نفس المستوي.

**مثال:** في المكعب المقابل، هل الأشعة $\overrightarrow{CB}$، $\overrightarrow{CG}$، $\overrightarrow{CD}$ من نفس المستوي؟

- نفس السؤال بالنسبة للأشعة $\overrightarrow{CB}$، $\overrightarrow{CG}$، $\overrightarrow{FG}$ ؟ - ثم للأشعة $\overrightarrow{CB}$، $\overrightarrow{CG}$، $\overrightarrow{DE}$ ؟




**نتيجة:** $\vec{v}$، $\vec{u}$، $\vec{w}$ أشعة من الفضاء، حيث $\vec{v}$، $\vec{u}$ غير مرتبطين خطيا.
تكون الأشعة $\vec{v}$، $\vec{u}$، $\vec{w}$ من نفس المستوي إذا وفقط إذا وجد عددان حقيقيان $x$، $y$ حيث:

$$\vec{w}=x\vec{v}+y\vec{u}$$

**III/ تطبيقات:** ت1) من رقم 29 إلى 43 ص 274، 275.

ت2) ABCDEFGH مكعب. $M$، $N$ نقطتان حيث: $\overrightarrow{EM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{EH}$، و $\overrightarrow{AN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.

1) هل الشعاعان $\overrightarrow{EA}$، $\overrightarrow{HB}$ مرتبطان خطيا؟

2) عبر عن $\overrightarrow{MN}$ بدلالة $\overrightarrow{EA}$ و $\overrightarrow{DB}$، ثم بدلالة $\overrightarrow{EA}$ و $\overrightarrow{HB}$.

3) هل الأشعة $\overrightarrow{MN}$، $\overrightarrow{EA}$ و $\overrightarrow{HB}$ من نفس المستوي؟

## حل بعض التطبيقات

**س2 من ت2 من هذه المذكرة**

نجد: $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MH}+\overrightarrow{HD}+\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AN}$ أي:

$\overrightarrow{MN}=\frac{2}{3}\overrightarrow{EH}+\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{DA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ أي:

$\overrightarrow{MN}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{DA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ أي:

$\overrightarrow{MN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{DA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{EA}$ أي:

$\boxed{\overrightarrow{MN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{EA}}$. ونلاحظ أن:

$\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{HB}-\overrightarrow{EA}$ ومنه:

$\overrightarrow{MN}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{HB}-\overrightarrow{EA})+\overrightarrow{EA}$ أي:

$\boxed{\overrightarrow{MN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{HB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{EA}}$.

**ت3 من المذكرة 28/21**

/1

/2 $\boxed{\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AI}}$. بالاعتماد

على هذا وعلى $\overrightarrow{AG'}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$،

وحسب م طالس نجد $\boxed{\overrightarrow{GH}=\frac{2}{3}\overrightarrow{IK}}$.

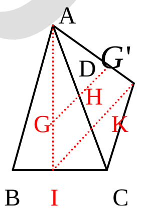
/3

طريقة1: نجد:

$\overrightarrow{AH}=\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{GH}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AI}+\frac{2}{3}\overrightarrow{IK}$ ومنه:

$\boxed{\overrightarrow{AH}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AK}}$، والنقط A، H و K في استقامية.

طريقة2: (يستنتج المطلوب بالاعتماد على م طالس)



| | |
|---|---|
| **المؤسســــة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى | **المستـــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013 | **ميدان التعلم:** هندسة. |
| **التاريــــخ:** ............................................................. | **الوحـــدة:** الهندسة الفضائية |
| **توقيت الحصـة:** ساعتان. | **موضوع الحصة:** المعلم الديكارتي للفضاء |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** تعليم نقط أعطيت إحداثياتها. إثبات أنّ أشعة معطاة تنتمي إلى نفس المستوي.

**مؤشرات الكفـاءة:**

| الأنشطة المقترحة وطبيعتها | الإنجاز (سير الحصة) | التعليمات والتوجيهات |
|---|---|---|

### الأنشطة المقترحة وطبيعتها

**نشاط:**

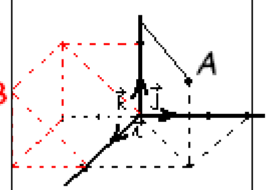
ينسب الفضاء إلى المعلم الديكارتي $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، ونعتبر النقط: A(-2,1,3)، B(2,0,1)، C(2,2,-1)، E(-10,3,7).

1/ عين إحداثيات النقطة D بحيث يكون الرباعي ABCD متوازي أضلاع.

2/ هل النقط A، B، E على استقامة واحدة؟

3/ أحسب إحداثيات I منتصف القطعة [AD].

4/ هل تنتمي النقط A، B، C، إلى F(3,-1,-1) نفس المستوي؟ (لا).




### الإنجاز (سير الحصة)

**I/ تمهيد:**

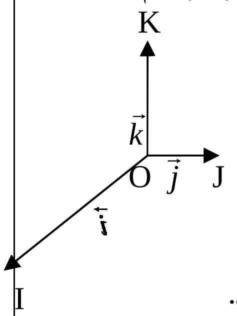
**II/ العرض:**

**المعلم الديكارتي:**

O نقطة من الفضاء، $\vec{i}$ ، $\vec{j}$ ، $\vec{k}$ أشعة ليست من نفس المستوي، نسمي الرباعية $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ معلما للفضاء.

**ملاحظات:**

* نرمز أيضا للمعلم السابق بـ: (O,I,J,K).
* (OI) حامل محور الفواصل، (OJ) حامل محور التراتيب، (OK) حامل محور الرواقم.
* نقتصر في دراستنا غالبا على المعلم المتعامد والمتجانس.
* نرمز للمستوي (OIJ) بالرمز: $P(O,\vec{i},\vec{j})$، و للمستوي (OIK) بالرمز: $P(O,\vec{i},\vec{k})$، و للمستوي (OJK) بالرمز: $P(O,\vec{j},\vec{k})$.




**خواص الإحداثيات في الفضاء:**

**1/ نتائج:** $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ معلم للفضاء، $\vec{v}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$، $\vec{u}\begin{pmatrix}x'\\y'\\z'\end{pmatrix}$ شعاعان، $\alpha$ عدد حقيقي.

* $\vec{v}=\vec{0}$ تعني $x=y=z=0$ * $\vec{v}=\vec{u}$ تعني ($x=x'$ و $y=y'$ و $z=z'$).

* $(\vec{u}+\vec{v})\begin{pmatrix}x+x'\\y+y'\\z+z'\end{pmatrix}$ * $(\alpha\vec{v})\begin{pmatrix}\alpha.x\\\alpha.y\\\alpha.z\end{pmatrix}$. * $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\\z_B-z_A\end{pmatrix}$.

* $M$ منتصف [AB] معناه: $M(\frac{x_A+x_B}{2},\frac{y_A+y_B}{2},\frac{z_A+z_B}{2})$.

**2/ الأشعة من نفس المستوي:**

$\vec{v}\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$، $\vec{u}\begin{pmatrix}a'\\b'\\c'\end{pmatrix}$، $\vec{w}\begin{pmatrix}a''\\b''\\c''\end{pmatrix}$ أشعة من الفضاء.

( $\vec{v}$ ، $\vec{u}$ ، $\vec{w}$ من نفس المستوي) **معناه** (يوجد عددان حقيقيان x، y حيث: $\vec{w}=x\vec{v}+y\vec{u}$ ) **ومعناه أيضا** (الجملة: $\begin{cases}a.x+a'y=a''\\b.y+b'y=b''\\c.x+c'y=c''\end{cases}$ تقبل حلا في $R^2$).

**مثال:** هل الأشعة $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$، $\vec{u}\begin{pmatrix}0\\1\\2\end{pmatrix}$، $\vec{w}\begin{pmatrix}-1\\0\\0\end{pmatrix}$ من نفس المستوي؟ (لا)

**III/ تطبيقات:** (ت1) من رقم 44 إلى 72 ص 275،276.

(ت2) في الشكل المقابل (الفضاء منسوب إلى المعلم م م $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$). نعتبر النقطتين A وB، حيث B(2,-2,2)، وA في الشكل. 1- عين إحداثيات A و $C$ منتصف [AB]، ومثل B في الشكل. 2- أحسب مركبات $\overrightarrow{AB}$ .

### التعليمات والتوجيهات

تهدف هذه الفقرة إلى تمكين التلاميذ من التعليم في الفضاء.

| | |
|---|---|
| **المؤسســـــة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى<br>**السنة الدراسية:** 2013 / 2012<br>**التاريـــــخ:** .........................................................<br>**توقيت الحصـة:** ساعتان. | **المستـــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج.<br>**ميدان التعلم:** هندسة.<br>**الوحـــدة:** الهندسة الفضائية<br>**موضوع الحصة:** معادلة للمستوي في الفضاء |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** تعيين معادلة لمستو مواز لأحد مستويات الإحداثيات.

**مؤشرات الكفـاءة:**

| الأنشطة المقترحة وطبيعتها | الإنجاز (سير الحصة) | التعليمات والتوجيهات |
|---|---|---|
| **نشاط:** $N(x,y,z)$ نقطة من الفضاء المنسوب إلى المعلم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.<br>1- ماذا تحقق $x$ ، $y$ ، $z$ عندما تكون $N\in p(o,\vec{i},\vec{j})$ ؟<br>2- نفس السؤال عندما $N\in p(o,\vec{i},\vec{k})$ ، ثم $N\in p(o,\vec{j},\vec{k})$ ؟<br>3- نفرض مستويا $(L)$ يوازي المستوي $p(o,\vec{i},\vec{j})$ ويشمل النقطة $A(2,-3,1)$ . أنشئ شكلا لذلك، واستنتج معادلة لـ $(L)$. | **I/ تمهيد:**<br>**II/ العرض:**<br>**معادلة لمستو مواز لأحد مستويات الإحداثيات:**<br>الفضاء المنسوب إلى المعلم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.<br>**نتائج:**<br>المستوي $p(o,\vec{i},\vec{j})$ معرف بالمعادلة $z=0$ .<br>المستوي $p(o,\vec{i},\vec{k})$ معرف بالمعادلة $y=0$ .<br>المستوي $p(o,\vec{j},\vec{k})$ معرف بالمعادلة $x=0$ .<br>المستوي الموازي لـ $p(o,\vec{i},\vec{j})$ معرف بمعادلة من الشكل $z=a$ .<br>المستوي الموازي لـ $p(o,\vec{i},\vec{k})$ معرف بمعادلة من الشكل $y=a$ .<br>المستوي الموازي لـ $p(o,\vec{j},\vec{k})$ معرف بمعادلة من الشكل $x=a$ .<br>**الحالة العامة:**<br>**نتيجة:** كل مستو في الفضاء السابق له معادلة من الشكل: $ax+by+cz+d=0$ ، حيث $a$ ، $b$ ، $c$ أعداد حقيقية غير معدومة معا. والعكس، فكل معادلة بالشكل السابق تعرف مستويا من الفضاء المذكور.<br>مثال1: أكتب معادلة للمستوي $(ABC)$ حيث: A(-2,1,3) ، B(2,0,1) ، C(2,2,-1) .<br>مثال2: نفس السؤال للمستوي $(\pi)$ الذي يشمل A(-2,1,3) ويوازي الشعاعين $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ ، $\vec{u}\begin{pmatrix}0\\1\\2\end{pmatrix}$ . (حل: ابحث عن نقطتين B ، C حيث $\vec{v}=\overrightarrow{AB}$ و $\vec{u}=\overrightarrow{AC}$ ...)<br>**III/ تطبيقات:** أكتب معادلة للمستوي $(p)$ الذي يشمل النقطة $A$ في كل حالة مما يذكر: **1)** $A(1,-2,3)$ و $(p)$ يوازي $p(o,\vec{i},\vec{j})$ . **2)** $A(0,-2,\sqrt{2})$ و $(p)$ يوازي $p(o,\vec{i},\vec{k})$ . **3)** $A(-2,\frac{3}{4},1)$ و $(p)$ يوازي $p(o,\vec{j},\vec{k})$ . | يتعلق الأمر هنا بمعلم متعامد ومتجانس.<br>يحبذ البدء في معالجة حالات خاصة يكون فيها المستوي موازيا لأحد مستويات الإحداثيات، ثمّ التوسع بعد ذلك.<br>نستعمل الترميز $P(o;\vec{i},\vec{j})$ مثلا للدلالة على مستوي الإحداثيات المنسوب إلى المعلم $(o;\vec{i},\vec{j})$ ونعيّن معادلته، مما يساعد على استخراج معادلات المستويات المطلوبة. |

| | |
|---|---|
| **المؤسســـة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى | **المستـــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2013 / 2012 | **ميدان التعلم:** هندسة. |
| **التاريــــخ:** ............................................................... | **الوحـــدة:** الهندسة الفضائية |
| **توقيت الحصـة:** ساعتان. | **موضوع الحصة:** معادلات مستقيم |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** تعيين معادلات مستقيم معرّف بنقطة و شعاع توجيه له.

**مؤشرات الكفـاءة:**

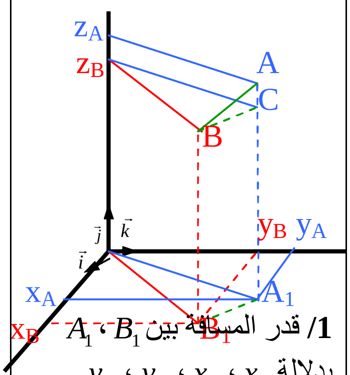
| الأنشطة المقترحة وطبيعتها | الإنجاز (سير الحصة) | التعليمات والتوجيهات |
|---|---|---|
| **نشاط:** ينسب الفضاء إلى المعلم الديكارتي $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، ونعتبر النقط: A(-2,1,3)، B(2,0,1)، C(2,2,-1)، E(-10,3,7). **5/** عين معادلات للمستقيم (AB)، ثم للمستقيم $(CE)$. | **I/ تمهيد:**<br>**II/ العرض:** ينسب الفضاء إلى المعلم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.<br>**معادلات مستقيم معرف بنقطة وشعاع توجيه له:**<br>(D) مستقيم يشمل $A(x_A,y_A,z_A)$، والشعاع $\vec{v}\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$ شعاع توجيه له. و $M(x,y,z)$ نقطة كيفية من(D). نجد:<br>$\overrightarrow{AM}\,//\,\vec{v}$ أي $\overrightarrow{AM}=\alpha.\vec{v}$ و$(\alpha\in R)$ و هذا معناه:<br>$\boxed{x-x_A=\alpha.a \text{ و } y-y_A=\alpha.b \text{ و } z-z_A=\alpha.c}$<br>**ملاحظة:** إذا كان $a.b.c\neq 0$ نجد: $\boxed{\dfrac{x-x_A}{a}=\dfrac{y-y_A}{b}=\dfrac{z-z_A}{c}=\alpha}$<br>**حالات خاصة:**<br>أ/ عند انعدام a أو b أو c(واحد فقط): المستقيم يوازي أحد مستويات الإحداثيات (اقترح مثالا).<br>ب/ عند انعدام عددين معا من a، b، c المستقيم يوازي أحد محاور الإحداثيات(اقترح مثالا).<br>جـ/ المحور (ox) ثم (oy) ثم (oz):<br>**III/ تطبيقات: ت1)** من رقم 73 إلى 82 ص276، 277.<br>**ت2)** في الفضاء السابق، أكتب معادلات لكل مستقيم من المستقيمات التالية: (AB)، (AC)، (CC) حيث A، B، C المعطاة في النشاط أعلاه.<br>**ت3)** المستقيم $(\Delta)$ معرف بالتمثيل الوسيطي التالي، المطلوب إيجاد نقطة منه وشعاع توجيه له في كل من الحالتين التاليتين: **أ)** $(t\in R)$ $\begin{cases}x-1=2t\\y+2=-t\\z=t\end{cases}$ **ب)** $(t\in R)$ $\begin{cases}x=2t+2\\y=t-1\\z=t+3\end{cases}$ | |

| | |
|---|---|
| **المؤسسـ ـ ـة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى | **المستـ ـ ـوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013 | **ميدان التعلم:** هندسة. |
| **التاريـ ـ ـ ـخ:** ............................................................ | **الوحـ ـ ـدة:** الهندسة الفضائية |
| **توقيت الحصـة:** ساعتان. | **موضوع الحصة:** المسافة بين نقطتين |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** استعمال مبرهنة فيثاغورس لإيجاد المسافة بين نقطتين.

**مؤشرات الكفـاءة:** ..............................................

| الأنشطة المقترحة وطبيعتها | الإنجاز (سير الحصة) | التعليمات والتوجيهات |
|---|---|---|
| **نشاط:** في الشكل المقابل الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، و A، B نقطتان منه، $A_1$ ، $B_1$ مسقطاهما العموديان على المستوي $(O,\vec{i},\vec{j})$. (أنظر الشكل).  **1/** قدر المسافة بين $A_1$ ، $B_1$ بدلالة $x_A$ ، $x_B$ ، $y_A$ ، $y_B$ . **2/** استنتج المسافة بين C و B ثم بين A و B. | **I/ تمهيد:** **II/ العرض:** **المسافة بين نقطتين في الفضاء:** ينسب الفضاء إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، ولتكن النقطتان A، B. لدينا: $\boxed{AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2+(x_B-x_A)^2}}$. **نتيجة:** طويلة الشعاع $\vec{v}\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$ هي العدد $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$. **III/ تطبيقات:** في الفضاء السابق ليكن $cm$ وحدة للطول. ونعتبر النقط: A(-2,1,3) ، B(2,0,1) ، C(2,2,-1) ، E(-10,3,7) . قدر المسافة بين كل اثنين منها. | تستعمل مبرهنة فيثاغورس لإيجاد هذا الدستور |

| | |
|---|---|
| **المؤسســـــة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى | **المستـــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2013 / 2012 | **ميدان التعلم:** هندسة. |
| **التاريـــــخ:** ........................................................... | **الوحـــدة:** الهندسة الفضائية. |
| **توقيت الحصـة:** ساعتان. | **موضوع الحصة:** معادلة لكرة في الفضاء |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** استعمال دستور المسافة بين نقطتين لتعيين معادلة مجموعة نقط تحقق خاصية ما.

**مؤشرات الكفـاءة:** ..............................................

| الأنشطة المقترحة وطبيعتها | الإنجاز (سير الحصة) | التعليمات والتوجيهات |
|---|---|---|
| **نشاط:**<br>1- $A$ نقطة من الفضاء، ماهي مجموعة النقط $N$ من الفضاء التي تحقق $\left\|\overrightarrow{AN}\right\| = 2$ ؟<br>2- الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. ما هي الخاصية التي تحققها إحداثيات $N$ حتى تنتمي إلى الكرة التي مركزها $o$ ؟ | **I/ تمهيد:**<br>**II/ العرض:**<br>**الكرة في الفضاء:**<br>**تعريف:** في الفضاء، الكرة التي مركزها النقطة $A$ ، ونصف قطرها العدد الموجب $r$ هي مجموعة النقط $N$ من الفضاء التي تحقق $\left\|\overrightarrow{AN}\right\| \le r$.<br>**معادلة الكرة:** الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.<br>الكرة التي مركزها المبدأ $o$، ونصف قطرها $r$ تعرف بالمعادلة: $x^2+y^2+z^2=r^2$ .<br>**III/ تطبيقات:ت1)** من رقم 83 إلى 87 ص277.<br>**ت2)** أكتب معادلة للكرة التي مركزها المبدأ، ونصف قطرها $\sqrt{3}$ .<br>**ت3)** في الفضاء السابق نعتبر السنتيمتر وحدةً للطول. والنقطة $A(1,1,1)$ .<br>لتكن $(\gamma)$ مجموعة نقط الفضاء التي تبعد عن A بالمسافة 2. تعرف على $(\gamma)$ ثم أكتب معادلة ديكارتية لها. | ثمّ يوظف في التطبيقات للحصول على معادلات كل من:<br>* الكرة التي مركزها مبدأ المعلم. |

| | |
|---|---|
| **المؤسســـــة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى | **المستـــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013 | **ميدان التعلم:** هندسة. |
| **التاريـــــخ:** ............................................................. | **الوحــــدة:** الهندسة الفضائية |
| **توقيت الحصـة:** ساعتان. | **موضوع الحصة:** الأسطوانة والمخروط |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** استعمال دستور المسافة بين نقطتين لتعيين معادلة مجموعة نقط تحقق خاصية ما.

**مؤشرات الكفـاءة:** ...............................................

| الأنشطة المقترحة وطبيعتها | الإنجاز (سير الحصة) | التعليمات والتوجيهات |
|---|---|---|
| **نشاط:** الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.<br>1- أنشئ تمثيلا للمخروط الدوراني الذي رأسه المبدأ $O$، ومحوره $(oz)$ وقاعدته الدائرة التي مركزها $A(0,0,a)$، ونصف قطرها $r$.<br>2- $M(x,y,z)$ نقطة منه و $H$ مسقطها العمودي على $(oz)$، وليكن $\theta$ قيس نصف زاوية رأسه.<br>بين أن $\boxed{MH^2-OH^2\tan^2\theta=0}$، $\boxed{OH=z}$، $\boxed{MH=\sqrt{x^2+y^2}}$، $\boxed{\tan\theta=\frac{r}{a}}$.<br>3- استنتج أن $\boxed{x^2+y^2-\frac{r^2}{a^2}z^2=0}$. | **I/ تمهيد:**<br>**II/ العرض:** الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.<br>**1- الأسطوانة الدورانية:**<br>الأسطوانة الدورانية التي محورها المستقيم $(D)$ هي مجموعة نقط الفضاء المتساوية البعد عنه.<br>**نتيجة:** الأسطوانة التي محورها $(oz)$ ونصف قطرها $r$ معرفة بالمعادلة $x^2+y^2=r^2$ و $z$ كيفي.<br>**2- المخروط الدوراني:**<br>**نتيجة:** $x^2+y^2-\frac{r^2}{a^2}z^2=0$ هي معادلة للمخروط الدوراني الذي رأسه المبدأ $O$، ومحوره $(oz)$ وقاعدته الدائرة التي مركزها $A(0,0,a)$، ونصف قطرها $r$.<br>**III/ تطبيقات:** ت1) من رقم 88 إلى 104 ص277، 278.<br>ت2) $(\delta)$ هي مجموعة النقط N من الفضاء التي تبعد عن المستقيم (OJ) بالمسافة $\sqrt{5}$ تعرف على $(\delta)$ واكتب معادلة لها.<br>ت3) أكتب معادلة للمخروط الدوراني الذي رأسه المبدأ $o$، ومحوره $(OI)$ وقاعدته الدائرة التي مركزها $A(5,0,0)$، ونصف قطرها 2. | ثمَ يوظف في التطبيقات للحصول على معادلات كل من:<br>* الأسطوانة الدورانية التي محورها أحد محاور الإحداثيات.<br>* المخروط الدوراني الذي رأسه مبدأ المعلم و محوره أحد محاور الإحداثيات.<br>في حالة الأسطوانة، يمكن اعتبار أولا مقطع الكرة التي مركزها $O$ و نصف قطرها $r$ بأحد مستويات الإحداثيات، مثلا مقطع الكرة بالمستوي الذي معادلته $z=0$ هو دائرة مركزها $O$ و معادلتها في المستوي $P(O;\vec{i},\vec{j})$ هي $x^2+y^2=r^2$ وثم نتساءل عن معنى هذه المعادلة عندما يتغير $z$.<br>تعديل 2008/2009: الاسطوانة والمخروط وحل مسائل هندسية لـ يكتفي بحل مسائل في الهندسة التحليلية ويمتد العمل عليها إلى السنة الثالثة.<br>ولكن للأسف هذه اللام الموجودة بين "هندسية" و"يكتفي" لا ندري أهي للنفي، أم للتأكيد!؟ |

| | |
|---|---|
| **المؤسســــة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى | **المستـــوى:** 2 رياضي، 2 تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013. | **ميدان التعلم:** تحليل. |
| **التاريــــــخ:** .................................... | **الوحـــدة:** المتتاليات. |
| **توقيت الحصـة:** ساعة. | **موضوع الحصة:** توليد متتالية عددية. |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** وصف ظاهرة بواسطة متتالية ـ التعرّف على اتجاه تغير متتالية $(u_n)$ ابتداءً من رتبة معينة.

**مؤشرات الكفـاءة:**

## أنشطة

**نشاط1:**

1/ نعرف $f$ كما يلي:

$$U : N \to R$$
$$n \mapsto \sqrt{n} + \frac{1}{2}n$$

أ/ أحسب $U(0)$، $U(1)$، $U(2)$، $U(3)$، $U(4)$.

ب/ ما هي الأعداد الطبيعية التي صورها كذلك طبيعية؟

**نشاط2:**

نعتبر المتتالية $u$ بـ: $u_{n+1} = u_n + 2n - 7$ و $u_0 = 0$.

1/ احسب الحدود التسعة الأولى لها.

2/ مثل بيانيا هذه الحدود.

## معارف

### I/ تمهيد:

### II/ العرض:

#### 1/ مفهوم المتتالية: (نشاط1)

**تعريف:** كل دالة من المجموعة $N$ وتأخذ قيمها في $R$ تسمى متتالية عددية.

**ترميز:** نرمز للمتتاليات برموز مثل: $U$، $T$ أو $(U_n)$، ... ونعتبر $U_n = U(n)$، والأعداد $U_0$، $U_1$، $U_2$،... تسمى حدود المتتالية $U$، بينما الحد $U_n$ يسمى حدها العام. ونعتبر حدها الأول $U_0$ إذا كانت معرفة ابتداء من0، أما إذا كانت معرفة ابتداء من $n_0$ فحدها الأول $U_{n_0}$.

أمثلة: أذكر الحدود الأربعة الأولى لكل من المتتاليات المعرفة فيما يلي:

1/ $u_n = 2\sqrt{n-3}$ 2/ $v_n = \sqrt{2-n}$ 3/ $t_{n+1} = t_n + 2$ و $t_0 = -3$

**طريقتان لتوليد متتالية:**

* ذكر كل الحدود في حالة وجود عدد منه منها.

* عبارة الحد العام، **مثل:** $u_n = 2\sqrt{n-3}$

* علاقة تراجعية، **مثل:** $t_{n+1} = t_n + 2$ و $t_0 = -3$

**اتجاه تغير متتالية:**

**تعريف:** $U$ متتالية.

إذا كان من أجل كل $n$ من $N$ : $U_{n+1} - U_n < 0$ نقول إن $U$ متناقصة تماما.

إذا كان من أجل كل $n$ من $N$ : $U_{n+1} - U_n \le 0$ نقول إن $U$ متناقصة.

إذا كان من أجل كل $n$ من $N$ : $U_{n+1} - U_n > 0$ نقول إن $U$ متزايدة تماما.

إذا كان من أجل كل $n$ من $N$ : $U_{n+1} - U_n \ge 0$ نقول إن $U$ متزايدة.

إذا كان من أجل كل $n$ من $N$ : $U_{n+1} - U_n = 0$ نقول إن $U$ ثابتة.

إذا كانت $U$ متزايدة أو متناقصة نقول إنها رتيبة.

### III/ تطبيقات: (ت1)

لتكن: $U_n = -3n^2 + 1$. 1/ أحسب: $U_0$، $U_1$، $U_2$، $U_3$، $U_{200}$.

2/ أحسب بدلالة $n$ كلا من $U_{n+1}$، $U_{3n-1}$. 3/ قدر وبسط الفرق $U_{n+1} - U_n$ واستنتج اتجاه التغير.

## التعليمات والتوجيهات

● ندرج الترميز بالدليل $u_n$ ونسجل أنّ الإشارة إلى الترميز الدالي $u(n)$ (المستخدم في الحاسبات البيانية) وتوظيفه في بعض الأحيان يساعد التلميذ على استخدام هذه الحاسبات، حيث تظهر عندئذ المتتالية كدالة من $\mathbb{N}$ نحو $R$ ونوضح الفرق بين المتتالية $u$ والحد $u_n$ الذي دليله $n$.

● نقترح أنشطة حول ظواهر متقطعة تؤدي إلى علاقات من النوع $u_n = f(n)$ أو $u_{n+1} = f(u_n)$.

● نقترح توضيحات بيانية مختلفة، بواسطة النقط $M_n(n;u_n)$ أو بواسطة النقط $M_n(u_n;u_{n+1})$ في حالة متتالية تراجعية، باليد أو بالحاسبة البيانية أو باستعمال البرمجيات.

| | |
|---|---|
| **المؤسســـــة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى | **المستــــوى:** 2 رياضي، 2 تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013. | **ميدان التعلم:** تحليل. |
| **التاريـــــخ:** ............................... | **الوحـــــدة:** المتتاليات. |
| **توقيت الحصـة:** ساعة. | **موضوع الحصة:** - اتجاه تغير متتالية |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** التعرّف على اتجاه تغير متتالية $(u_n)$ ابتداءً من رتبة معينة.

**مؤشرات الكفـاءة:**

| أنشطة | معارف | التعليمات والتوجيهات |
|---|---|---|
| كل الحصة عبارة عن أنشطة | **I/ تمهيد:**<br>**II/ العرض:**<br>**III/ تطبيقات:** ت1) $U$، $T$، $W$ متتاليات معرفة بما يلي: من أجل كل $n$ من $N$ نجد: $\boxed{U_{n+1}=U_n+2n-1}$، $\boxed{T_n=2^n\cos(n\pi)}$، $\boxed{2W_{n+1}=W_{n+1}+2W_n+3}$ و $\boxed{W_0=\frac{1}{4}}$<br>1/ ادرس اتجاه تغير $(U_n)$. 2/ مثل في معلم الحدود الخمسة الأولى لـ $(T_n)$.<br>3/ بين أنه إذا كان حد من حدود $(W_n)$ موجبا فإن كل الحدود التي بعده موجبة.<br>4/ استنتج أن $(W_n)$ حدودها موجبة. وادرس اتجاه تغيرها.<br>ت2) نعتبر المتتاليتين $h$، $k$ حيث: $k_n=2^n$، $h_n=(-2)^n$.<br>1/ أيهما حدودها موجبة؟ 2/ بسط النسبتين $\frac{k_{n+1}}{k_n}$، $\frac{h_{n+1}}{h_n}$.<br>3/ هل يمكن استنتاج اتجاهي تغير هما؟<br>4/ ماذا تلاحظ فيما يخص $h$ هذه و $T$ الواردة في التمرين1)؟ إذا ما هو اتجاه تغير $h$ ؟ | ● نحسب حدود متتالية بواسطة مجدول أو حاسبة بيانية.<br>● ندرج أمثلة لمتتالية غير رتيبة.<br>● نعتمد في دراسة اتجاه تغير متتالية على :<br>- اشارة الفرق $u_{n+1}-u_n$.<br>- أو اتجاه تغير الدالة $f$ حيث $u_n=f(n)$.<br>- أو على المقارنة بين $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ و 1 (في حالة ما إذا كانت المتتالية ذات إشارة ثابتة). |

الرقم: 03 /08 — الأستاذ دهيمي ن

| | |
|---|---|
| **المؤسســـة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى | **المستـــوى:** 2 رياضي، 2 تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013. | **ميدان التعلم:** تحليل. |
| **التاريـــخ:** ............................... | **الوحـــدة:** المتتاليات. |
| **توقيت الحصـة:** ساعة. | **موضوع الحصة:** المتتاليات الحسابية |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية.** التعرّف على متتالية حسابية. ـ حساب الحد العام لمتتالية حسابية بدلالة $n$ .

**مؤشرات الكفـاءة:**

## أنشطة

**نشاط1:** $V$ متتالية تحقق: $V_0=-5$، ومن أجل كل $n$ من $N$ : $3V_{n+1}-4V_n=-V_{n+1}+8$.

**1/** عبر عن $V_{n+1}$ بدلالة $V_n$ من أجل كل $n$ من $N$ .

**2/** أحسب الحدود: من $V_1$ إلى $V_5$

**3/** أكتب الحدود السابقة بدلالة $V_0$

**4/** هل يمكن استنتاج $V_n$ بدلالة $n$ و $V_0$؟

## معارف

### I/ تمهيد:

### II/ العرض:

### المتتاليات الحسابية:

**تعريف:** $r$ عدد حقيقي، $U$ متتالية عددية. إذا حققت $U$ من أجل كل $n$ من $N$ : $U_{n+1}=U_n+r$ ، نقول إنها حسابية ونسمي $r$ أساسها.

**عبارة الحد العام:**

$T$ متتالية حسابية معرفة بالحد $T_0$، والأساس $a$ . نجد أنه من أجل كل $n$ من $N$ : $\boxed{T_n=T_0+an=T_1+a(n-1)}$، ومن أجل $m$ من $N$ نجد: $\boxed{T_n=T_m+a(n-m)}$.

### III/ تطبيقات:

**ت1)** $u$ متتالية حسابية تحقق: $u_1=2$ ، $u_4=11$.

1/ أكتب كلا من $u_1,u_4$ بدلالة الأساس r والحد $u_0$.

2/ استنتج r و $u_0$.

3/ أكتب عبارة الحد العام لـ $u$.

4/ أدرس اتجاه التغير.

5/ أحسب الحد السابع.

6/ هل العدد 2010 حد من حدودها؟

**ت2)** هات قاعدة عامة حول اتجاه تغير متتالية حسابية أساسها $r$ .

**ت3)** نعتبر المتتالية المعرفة بالعبارة: $U_n=2+3n$

**1/** بين أنها حسابية وحدد أساسها وحدها الأول.

**2/** احسب الحدود التسعة الأولى لها.

**3/** مثل هذه الحدود بيانيا.

## التعليمات والتوجيهات

- نعرف متتالية حسابية بواسطة حدّها الأول و عدد حقيقي $r$ يسمى أساس المتتالية.

يمكن اقتراح تطبيقات من الحياة العملية لتنمية قدرة التلميذ على نمذجة الوضعيات

| | |
|---|---|
| **المؤسســـة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى | **المستـــوى:** 2 رياضي، 2 تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013. | **ميدان التعلم:** تحليل. |
| **التاريــــخ:** ................................ | **الوحـــدة:** المتتاليات. |
| **توقيت الحصـة:** ساعة. | **موضوع الحصة:** مجموع $p$ حدًا متعاقبا من متتالية حسابية المتتاليات |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:**. حساب مجموع $p$ حدًا متعاقبا من متتالية حسابية.

**مؤشرات الكفـاءة:**

| أنشطة | معارف | التعليمات والتوجيهات |
|---|---|---|
| **نشاط:** من أجل متتالية النشاط في الحصة السابقة: - أحسب العددين: $V_0+V_1+\ldots+V_7$ $\frac{(7+1)}{2}(V_0+V_7)$. ما تعليقك؟ | **I/ تمهيد:** <br> **II/ العرض:** <br> **نتيجة:** (من ت2/ السابق، ولكن لا داعي لكتابتها إذا كتبت عند حله) <br> **مجموع $n$ حدا متعاقبة لمتتالية حسابية:** <br> **نتيجة:** $U$ متتالية حسابية حدودها: $u_0$ ، $u_1$ ، $u_2$ ، ... نجد: $u_0+u_1+\ldots+u_n=\frac{(n+1)}{2}(u_0+u_n)$. <br> أي: $u_0+u_1+\ldots+u_n=\frac{\text{عدد الحدود}}{2}\left(\text{الحد الأخير} + \text{الحد الأول الوارد في المجموع}\right)$ <br> **III/ تطبيقات:** ت1) $u$ متتالية حسابية تحقق: $u_0+u_1+u_2=3$ و $u_2+u_3+u_4=21$. <br> 1/ أحسب كلا من $u_0$ والأساس r. 2/ استنتج اتجاه تغير $u$. <br> 3/ أحسب المجموع $l=u_0+u_1+\ldots+u_{100}$. | ت2) لتكن المتتالية $v$ المعرفة بـ: $v_1=1$ ، ومن أجل كل $n$ من $N$ : $2v_{n+1}+v_n-2=v_{n+1}+2v_n$ <br> 1/ بين أنها حسابية. <br> 2/ أحسب بدلالة $n$ المجموع $v_{10}+v_{11}+\ldots+v_n$ واستنتج المجموع $v_{10}+v_{11}+\ldots+v_{100}$. |

| | |
|---|---|
| **المؤسســـــة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى | **المستـــوى:** 2 رياضي، 2 تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013. | **ميدان التعلم:** تحليل. |
| **التاريــــخ:** ......................... | **الوحــــدة:** المتتاليات. |
| **توقيت الحصـة:** ساعة. | **موضوع الحصة:** المتتاليات الهندسية |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** التعرّف على المتتالية الهندسية. ـ حساب الحد العام لمتتالية هندسية بدلالة $n$.

**مؤشرات الكفـاءة:**

| أنشطة | معارف | التعليمات والتوجيهات |
|---|---|---|
| **نشاط:** $V$ متتالية تحقق: $V_0=\frac{1}{16}$، ومن أجل كل $n$ من $N$: $3V_{n+1}-4V_n=V_{n+1}$.<br>**1/** عبر عن $V_{n+1}$ بدلالة $V_n$ من أجل أي $n$ من $N$.<br>**2/** أحسب $V_1$، $V_2$، $V_3$، $V_4$، $V_7$.<br>**3/** أكتب كلا من $V_1$، $V_2$، $V_3$، $V_4$، $V_5$ بدلالة $V_0$.<br>**4/** نفرض أن $n$ كيفي من $N$ عبر عن $V_n$ بدلالة $n$ و $V_0$.<br>**5/**حدد إشارة الفرق: $V_{n+1}-V_n$ واستنتج اتجاه تغير $V$. | **I/ تمهيد:**<br>**II/ العرض:**<br>**المتتاليات الهندسية:**<br>**تعريف:** $q$ عدد حقيقي، $U$ متتالية عددية. إذا حققت $U$ من أجل كل $n$ من $N$: $U_{n+1}=q.U_n$، نقول إنها هندسية ونسمي $q$ أساسها.<br>**اتجاه التغير:**<br>**نتيجة:** في التعريف السابق نجد: $U_{n+1}-U_n=(q-1)U_n$ ومنه النتيجة التالية:<br>* تكون متتالية هندسية حدودها موجبة متزايدة إذا وفقط إذا كان أساسها أكبر من1.<br>* وتكون متناقصة إذا وفقط إذا كان أساسها محصورا بين 1 و0.<br>* وتكون ثابتة إذا كان أساسها هو1.<br>**عبارة الحد العام:**<br>$T$ متتالية هندسية معرفة بالحد $T_0$، والأساس $q$. نجد أنه من أجل كل $n$ من $N$:<br>$\boxed{T_n=T_0.q^n=T_1.q^{n-1}}$، ومن أجل $m$ كيفي من $N$ نجد: $\boxed{T_n=T_m.q^{n-m}}$.<br>**III/ تطبيقات:ت1)** $V$ متتالية هندسية أساسها $q$، و $n$ عدد طبيعي كيفي.<br>عبر عن $V_{n+1}$، $V_{n+2}$ بدلالة $V_n$ و $q$، ثم بين أن: $V_n\times V_{n+2}=V_{n+1}^2$.<br>**ت2)** نعتبر المتتالية $s$ المعرفة بـ: $s_0=\frac{1}{2}$ ومن أجل كل $n$ من $N$: $2s_{n+1}-2s_n=s_{n+1}$.<br>**1-** بين أنها هندسية وحدد أساسها. **2-** استنتج اتجاه تغيرها.<br>**3-** أكتب عبارة الحد العام، واستنتج الحد $S_{2012}$. | ● نعرف متتالية هندسية بواسطة حدّها الأول و عدد حقيقي $q$ يسمى أساس المتتالية.<br>يمكن اقتراح تطبيقات من الحياة العملية لتنمية قدرة التلميذ على نمذجة الوضعيات |

| | |
|---|---|
| **المؤسســـــة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى | **المستـــوى:** 2 رياضي، 2 تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013. | **ميدان التعلم:** تحليل. |
| **التاريـــــخ:** ......................... | **الوحـــدة:** المتتاليات. |
| **توقيت الحصـة:** ساعة. | **موضوع الحصة:** مجموع $p$ حدًا متعاقبا من متتالية هندسية. |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** حساب مجموع $p$ حدًا متعاقبا من متتالية هندسية.

**مؤشرات الكفـاءة:**

| أنشطة | معارف | التعليمات والتوجيهات |
|---|---|---|
| **نشاط:** $V$ متتالية نشاط الحصة السابقة: ( $V_0=\frac{1}{16}$ ، ومن أجل كل $n$ من $N$ : $3V_{n+1}-4V_n=V_{n+1}$ )<br>أحسب العددين $V_0+V_1+...+V_7$ ، $V_0\cdot\frac{1-2^{7+1}}{1-2}$. | **I/ تمهيد:**<br>**II/ العرض:**<br>**مجموع $n$ حدا متعاقبة:**<br>**نتيجة:** $U$ متتالية هندسية أساسها $q$، وحدودها الأولى: $u_0$، $u_1$، $u_2$، ... نجد:<br>$\boxed{u_0+u_1+....+u_n=u_0\times\frac{1-q^{n+1}}{1-q}}$ من أجل: $q\neq 1$.<br>أي: $\boxed{u_0+u_1+....+u_n=(\text{الحد الأول في المجموع})\times\frac{1-q^{(\text{عدد الحدود})}}{1-q}}$<br>وإذا كان $q=1$ فإن: $\boxed{u_0+u_1+....+u_n=(n+1)u_0}$.<br>**III/ تطبيقات:ت1)** شخصان $x$، $y$ يضعان مالين (100000000) في بنك.<br>يستفيد $x$ من فوائد بسيطة (أي كل عام يستفيد من الفائدة بالنسبة للمبلغ الابتدائي) بنسبة: 7 %. ويستفيد $y$ من فوائد مركبة(أي كل عام يستفيد من الفائدة بالنسبة لمبلغ العام السابق) بـ: 5 %.<br>1/ حدد مبلغ كل من $x$ و $y$ خلال السنة 1، 2، 3.<br>2/ بين أن مبلغ $x$ خلال السنوات هو حدود متتالية حسابية، ومبلغ $y$ هو حدود متتالية هندسية<br>3/ أي الشخصين يستفيد أكثر؟! | **ت2)** $u$ متتالية هندسية حدودها موجبة تماما وتحقق:<br>$u_0+u_1+u_2=7$ و $u_1+u_2+u_3=14$ .<br>1/ أحسب كلا من $u_0$ والأساس $q$.<br>2/ استنتج اتجاه التغير.<br>3/ أحسب المجموع $u_0+u_1+...+u_{10}$. |

| | |
|---|---|
| **المؤسســـــة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى | **المستـــوى:** 2 رياضي، 2 تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013. | **ميدان التعلم:** تحليل. |
| **التاريـــــخ:** ............................................................ | **الوحـــدة:** المتتاليات. |
| **توقيت الحصـة:** ساعة. | **موضوع الحصة:** نهاية متتالية، النهاية غير المنتهية لمتتالية. |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** حساب نهاية متتالية عددية.

**مؤشرات الكفـاءة:**

| أنشطة | معارف | التعليمات والتوجيهات |
|---|---|---|
| **نشاط:** نعتبر المتتاليات:<br>t حسابية أساسها2، وحدها الأول $-4$.<br>$h$ حسابية أساسها $-3$، وحدها الأول 2.<br>$k$ هندسية أساسها2، وحدها الأول1.<br>$s$ هندسية أساسها 2، وحدها الأول $-3$.<br>$v$ هندسية أساسها $\frac{1}{2}$، وحدها الأول $-1$.<br>**المطلوب:** أكتب عبارة الحد العام، ثم خمن نهاية كل واحدة منها عندما يؤول $n$ إلى $+\infty$. | **I/ تمهيد:**<br>**II/ العرض:**<br>**نتيجة1:** $U$ متتالية هندسية أساسها $q$، وحدها الأول $u_0$. تذكر أن: $U_n = U_0.q^n$، ومنه:<br>إذا كان $q>1$ فإن $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = +\infty$ من أجل $u_0$ موجب. و $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = -\infty$ من أجل $u_0$ سالب.<br>وإذا كان $0<q<1$ فإن $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = 0$.<br>**نتيجة2:** نهاية متتالية حسابية هي $+\infty$ إذا كان أساسها موجبا تماما، وهي $-\infty$ إذا كان أساسها سالبا تماما، وهي الحد الأول إذا كان أساسها معدوما.<br>**III/ تطبيقات:** أحسب نهاية كل من المتتاليات الهندسية المعرفة فيما يلي:<br>t أساسها $\frac{8}{7}$، وحدها الأول $-1$، $h$ أساسها3، وحدها الأول 2.<br>$k$ أساسها $\frac{10}{11}$، وحدها الأول1، $s$ أساسها 2، وحدها الأول $-3$.<br>$v$ أساسها $\frac{\sqrt{11}}{2\sqrt{3}}$، وحدها الأول $-1$. | تخمين نهاية متتالية عددية حدها العام يؤول إلى ما لا نهاية.<br>يمكن أن نختار كمثال على ذلك نهاية متتالية هندسية أساسها أكبر من 1. |

| | |
|---|---|
| **المؤسســـة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى | **المستـــوى:** 2 رياضي، 2 تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013. | **ميدان التعلم:** تحليل. |
| **التاريـــخ:** .................... | **الوحـــدة:** المتتاليات. |
| **توقيت الحصـة:** ساعة. | **موضوع الحصة:** المتتاليات المتقاربة |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** حساب نهاية متتالية باستعمال نظريات الحد الأعلى، الحد الأدنى والحصر، في حساب النهايات.(*)

**مؤشرات الكفـاءة:**

## أنشطة

**نشاط:** نعرف المتتالية $v$ كما يلي: $v_n = 3 + \dfrac{\cos(n\pi)}{n^2}$

- أحسب الحدود الخمسة الأولى ثم مثلها بيانيا.
- نعتبر المجال $]2,4[$ . لاحظ أن $3 \in ]2,4[$ . ثم خمن كل الحدود التي تنتمي إليه.
- علما أن $-1 \le \cos(n\pi) \le 1$ أحصر $v_n$ بين متتاليتين.
- استنتج نهاية $v_n$ .

## معارف

**I/ تمهيد:**

**II/ العرض:**

**نتائج:** $u$ ، $v$ و $h$ متتاليات عددية.

**مبرهنة1:** (الحد من الأسفل) إذا كان من أجل كل $n \ge n_0$ : $u_n \le v_n$ وكانت $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n = +\infty$ فإن $\lim\limits_{x\to+\infty} v_n = +\infty$ .

**مبرهنة2:** (الحد من الأعلى) إذا كان من أجل كل $n \ge n_0$ : $u_n \le v_n$ وكانت $\lim\limits_{x\to+\infty} v_n = -\infty$ فإن $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n = -\infty$ .

**مبرهنة3:** (الحصر) إذا كان من أجل كل $n \ge n_0$ : $h_n \le u_n \le v_n$ وكانت $\lim\limits_{x\to+\infty} h_n = \lim\limits_{x\to+\infty} v_n = l$ فإن $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n = l$ .

**تقارب متتالية:**

**تعريف:** نقول عن متتالية إنّها متقاربة نحو $l$ إذا وفقط إذا كان كل مجال مفتوح يشمل $l$ يشمل أيضا كل حدود المتتالية ابتداء من رتبة معينة.

**ملاحظة:** تقارب متتالية نحو $l$ معناه نهايتها هي $l$

مثال1: المتتالية $v$ المعرفة بـ $v_n = 3 + \dfrac{\cos(n\pi)}{n^2}$ متقاربة نحو 3.

مثال2: المتتالية $u$ المعرفة بـ $u_n = n^2$ متباعدة.

**III/ تطبيقات:** أدرس تقارب المتتالية $u$ في كل مما يلي:

أ- $u_n = \dfrac{n-1}{n+1}$    ب - $u_n = \sqrt{n}$    جـ - $u_n = (-1)^{n+1}$

## التعليمات والتوجيهات

- نختار أمثلة بسيطة يقود حساب الحدود المتتابعة لها إلى هذا التخمين(*).
- نستعمل التعريف التالي: نقول عن متتالية إنّها متقاربة نحو $l$ إذا وفقط إذا كان كل مجال مفتوح يشمل $l$ يشمل أيضا كل حدود المتتالية ابتداء من رتبة معينة. (*)
- نضع حيز التطبيق هذا التعريف في الحالات البسيطة ونعطي على الأقل مثالا على عدم تقارب متتالية.نطبق على المتتاليات النهايات المشابهة المتعلقة بنهايات الدوال (*)

الرقم: 23/01 الأستاذ دهيمي ن

| | |
|---|---|
| **المؤسســـــة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى | **المستـــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013 | **ميدان التعلم:** تحليل. |
| **التاريـــــخ:** ............................................. | **الوحـــــدة:** عموميات عمليات على الدوال |
| **توقيت الحصـة:** ساعتان. | **موضوع الحصة:** دراسة د ك ح من د2، ود تناظرية باستعمال دوال مرجعية |

**المكتسبات القبلية:** الدالة مربع، والدالة مقلوب.

**الكفاءات القاعدية:** تفكيك دالّة باستعمال الدّوال المرجعية.

**مؤشرات الكفـاءة:** استنتاج اتجاه تغير دالة ك ح من د2 اعتمادا على الدالة مربع، واتجاه تغير دالة تناظرية اعتمادا على الدالة مقلوب.

| الأنشطة المقترحة وطبيعتها | الإنجاز (سير الحصة) | التعليمات والتوجيهات |
|---|---|---|
| **تطبيق1:**<br>1/ تذكر اتجاه تغير الدالة مربع.<br>*نعتبر الدالة $f$ حيث :<br>$\boxed{f(x)=x^2-2x-1}$<br>2/ بين أنه من أجل كل $x$ من $R$ نجد: $f(x)=(x-1)^2-2$<br>3/ استنتج اتجاه تغير $f$ على $R$.<br>**تطبيق2:** لتكن الدالة $f$ حيث :<br>$\boxed{f(x)=-x^2+4x-1}$<br>1/ جد العددين الحقيقيين $a$، $b$، حيث من أجل كل $x$ من $R$ يكون: $f(x)=-(x-a)^2+b$<br>2/ أستنتج اتجاه تغير $f$ على $R$. | **تطبيق3:** نعتبر الدالة $g$ المعرفة بـ: $g(x)=\frac{x+5}{x-2}$.<br>1/ تذكر اتجاه تغير الدالة مقلوب. 2/ أوجد $D_g$.<br>3/ بين أنه من أجل كل $x$ من $D_g$ نجد: $g(x)=\dfrac{7}{x-2}+1$.<br>4/ استنتج اتجاه تغيرها على كل من المجالين: $]2,+\infty[$ ، $]-\infty,2[$.<br>**تطبيق4:** نعتبر الدالة $g$ المعرفة بـ: $g(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$.<br>1/ أوجد $D_g$.<br>2/ بين أنه من أجل كل $x$ من $D_g$ نجد: $g(x)=\dfrac{a}{x+1}+b$، حيث $a$، $b$ عددان حقيقيان يطلب تعيينهما.<br>3/ استنتج اتجاه تغيرها على كل من المجالين: $]2,+\infty[$ ، $]-\infty,2[$. | ننطلق من الدوال المدروسة في السنة الأولى.<br><br>تقترح أنشطة تتطلب كتابة الدالة التناظرية أو دالة كثير حدود من الدرجة الثانية على أشكال مختلفة حسب الهدف.<br>تعديل 2009/2008<br>نكتفي بدراسة دوال مجموعة تعريفها معطاة |

| | |
|---|---|
| المؤسســـــة: ثانوية الحنية - سيدي عيسى | المستـــوى: 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| السنة الدراسية: 2012 / 2013. | ميدان التعلم: تحليل. |
| التاريـــــخ:........................................................ | الوحـــدة: عموميات عمليات على الدوال |
| توقيت الحصـة: ساعة. | موضوع الحصة: الدوال كثيرات الحدود. |

**المكتسبات القبلية:** ترتيب مجموع جبري.

**الكفاءات القاعدية:** التعرّف على دالّة كثير حدود وعلى درجتها.

**مؤشرات الكفـاءة:** تحديد درجة كثير حدود ومعاملاته.

| الأنشطة المقترحة وطبيعتها | الإنجاز (سير الحصة) | التعليمات والتوجيهات |
|---|---|---|
| **نشاط2:**<br>**1/** رتب وبسط المجموع التالي :<br>$x-x^2+x^5+3x-x^3+2x^2-5+\frac{3}{2}x^4-2x^2-x^4+3x^5-\frac{1}{2}x$<br>**2/** ما هو الحد الأعلى درجة فيه؟ | **I/ تمهيد:**<br>**II/ العرض:**<br>**كثيرات الحدود:**<br>$a_0$ ، $a_1$ ، $a_2$ ،...، $a_n$ أعداد حقيقية، و $n$ عدد طبيعي، $x$ متغير حقيقي.<br>العدد $a_nx^n+...+a_2x_2+a_1x+a_0$ حيث $a_n\neq 0$ ، يسمى كثير الحدود من الدرجة $n$.<br>**الدالة كثير الحدود:**<br>الدالة كثير الحدود هي التي ترفق كل عدد حقيقي $x$ بكثير حدود، ودرجتها هي درجته.<br>أمثلة: حدد المعاملات والدرجة لكل كثير حدود فيمل يلي:<br>$f(x)=2x^7+x^6-3x^2+x$ ، $g(x)=x^3+x^2-3x-1$ ، $h(x)=x^2-1$.<br>مثال آخر: أذكر الصيغة العامة لكثيرات الحدود من الدرجة3، ثم2، ثم1، ثم0.<br>**III/ تطبيقات:**<br>**ت1):** 7، 8، 9 صفحات 17، 18، 19.<br>**ت2):** | تعديل<br>2009/2008<br>نكتفي بدراسة دوال مجموعة تعريفها معطاة |

الرقم: 23/03 — الأستاذ دهيمي ن

| | |
|---|---|
| المؤسســــة: ثانوية الحنية - سيدي عيسى. | المستــــوى: 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| السنة الدراسية: 2012 / 2013. | ميدان التعلم: تحليل. |
| التاريـــــخ: ................................ | الوحــــدة: عموميات: عمليات على الدوال |
| توقيت الحصـة: ساعة. | موضوع الحصة: اتجاه التغير والتمثيل البياني للدوال من الشكل $f+k$ و $\lambda \cdot f$ |

**المكتسبات القبلية:** الدوال المرجعية + الحساب العددي (الكسور والتربيع، ...).

**الكفاءات القاعدية:** دراسة اتجاه تغير دالة باستعمال الدوال المرجعية.

**مؤشرات الكفـاءة:** التعرف على مجموع، جداء، وحاصل قسمة دالتين قصد دراستها.

| الأنشطة المقترحة وطبيعتها | الإنجاز (سير الحصة) | التعليمات والتوجيهات |
|---|---|---|

## الأنشطة المقترحة وطبيعتها

**نشاط1:**

نعتبر $f$، $g$ حيث:

$f(x)=x-1$ ،

$g(x)=2x+3$

* جد عبارة ومجموعة تعريف كل من الدوال: $f+5$، $f+g$، $(-2)\times f$، $f\times g$، $\frac{f}{g}$.

## الإنجاز (سير الحصة)

**I/ تمهيد:**

**II/ العرض:**

### عمليات على الدوال:

$f$، $g$ دالتان مجموعتا تعريفيهما هما $D_f$، $D_g$ على التوالي. و $k$ عدد حقيقي ثابت.

* مجموع $f$ و$k$ هو $f+k$، حيث: $(f+k)(x)=f(x)+k$ ، ومجموعة تعريفها $D_f$.

* مجموع $f$ و$g$ هو $f+g$ ، حيث: $(f+g)(x)=f(x)+g(x)$ ، ومجموعة تعريفها $D_f\cap D_g$.

* جداء $f$ بالعدد $k$ هو $f.k$ ، حيث: $(f.k)(x)=f(x)k$ ، ومجموعة تعريفها $D_f$.

* جداء $f$ بـ $g$ هو $f.g$ ، حيث: $(f.g)(x)=f(x).g(x)$ ، ومجموعة تعريفها $D_f\cap D_g$.

* حاصل قسمة $f$ على $g$ هو $\frac{f}{g}$ ، حيث: $(\frac{f}{g})(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$ ، وهي معرفة على $D_f\cap D_g$ حيث $g(x)\neq 0$ .

* الدالة $|f|$ هي الدالة المعرفة بـ: $|f|(x)=|f(x)|$ ومجموعة تعريفها $D_f$.

**III/ تطبيقات:**

**تطبيق1:** $f(x)=x+2$ ، $g(x)=x^2+2x$ .

* عرف كل دالة مما يلي: $f+g$ ، $f-2g$ ، $f\times g$ ، $\frac{f}{g}$ .

**تطبيق2:** تذكر التمثيل البياني للدالة $x\mapsto x^2$ (مربع) ثم استنتج التمثيل البياني لكل من:

$f:x\mapsto x^2+3$ ، $g:x\mapsto -\frac{1}{2}x^2$ .

**تطبيق3:** نعتبر الدالتين $f$ ، $g$ حيث : $f(x)=x^2-2x-1$ ، $g(x)=x^2$ .

1/ بين أنه من أجل كل $x$ من $R$ نجد: $f(x)=(x-1)^2-2$ .

2/ أنشئ جدولي تغيرات $f$ ، $g$ على $R$ .

3/ أدرس تغيرات الدالة $f+g$ على كل من المجالين: $]-\infty,0]$ ، $[1,+\infty[$ .

4/ مثل بيانيا كل دالة من الدوال $g$ ، $f$ ، $f+g$ ، $-2.f$ ، $|f|$ .

5/ نعتبر الدالة $h$ حيث $h(x)=x^2+2x-1$ . بين أنه من أجل كل $x$ من $R$ يكون: $h(x)=f(x+2)$ . واستنتج تمثيل $h$ دون دراستها.

## التعليمات والتوجيهات

* نتطرّق إلى دراسة أمثلة مضادة لدوال من الشكل: $f+g$ ، $f\times g$ لا يمكن إعطاء قواعد حول اتجاه تغيرها.
* نمثل بيانيا الدوال $f+g$ ، $\lambda.f$ ، ونوسع ذلك إلى الدوال $|f|$ ، $x\to f(x+b)$ ، $x\to f(x+b)+k$ علما أنّ التمثيل البياني للدالة $f$ معلوم.

تعديل 2008/2009
نكتفي بدراسة دوال مجموعة تعريفها معطاة

الرقم: 23/04 | الأستاذ دهيمي ن

| | |
|---|---|
| **المؤسســـة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى. | **المستـــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013. | **ميدان التعلم:** تحليل. |
| **التاريـــخ:** ........................... | **الوحـــدة:** عموميات: عمليات على الدوال |
| **توقيت الحصـة:** ساعة. | **موضوع الحصة:** اتجاه التغير والتمثيل البياني للدوال من الشكل $gof$ |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** تمثيل دالة بيانيا باستعمال الدوال المرجعية عندما يكون ذلك ممكنا.

**مؤشرات الكفـاءة:** التعرف على الدالة مركب دالتين قصد دراستها.

| الأنشطة المقترحة وطبيعتها | الإنجاز (سير الحصة) | التعليمات والتوجيهات |
|---|---|---|
| **نشاط1:** جد المجال الذي ينتمي إليه $f(x)$ في كل مما يلي:<br>1) $f(x)=x^2$ ، $x\in[-1,2]$.<br>2) $f(x)=2x-3$ ، $x\in[0,2]$.<br>3) $f(x)=2x$ ، $x\in[-2,1]$.<br>**نشاط2:** بسط العبارة $g[f(x)]$ من أجل:<br>أ - $f(x)=x^2$ ، $g(x)=x-3$.<br>ب - $f(x)=x-3$ ، $g(x)=x^2$. | **I/ تمهيد:**<br>**II/ العرض:**<br>**تمهيد:** نرمز بـ $f(I)$ لمجموعة صور كل عناصر $I$ بواسطة $f$.<br>**تركيب دالتين:**<br>**تعريف:** مركب الدالة $f$ بالدالة g هو: $g\circ f$ حيث: $(g\circ f)(x)=g[f(x)]$ وهي معرفة من أجل كل $x$ من $D_f$ حيث $f(x)\in D_g$.<br>مثال1: أوجد عبارة ومجموعة تعريف الدالة $g\circ f$ ، إذا كان: $f(x)=x+2$ ، $g(x)=x^2$.<br>مثال2: نفس السؤال السابق من أجل: $f(x)=2x-4$ ، $g(x)=\sqrt{x}$.<br>**اتجاه تغير الدالة المركبة:**<br>$f$، $g$ دالتان معرفتان على المجالين $I$، $f(I)$.<br>إذا كان للدالتين نفس اتجاه التغير تكون $g\circ f$ متزايدة على $I$، وإلا تكون $g\circ f$ متناقصة على $I$.<br>**III/ تطبيقات:**<br>**ت1)** نعتبر الدالتين $f$ ، $g$ المعرفتين على $R$ بالعبارتين $f(x)=x^2-4x$ ، $g(x)=-x+2$ . وليكن $(C_f)$ ، $(C_g)$ تمثيليهما البيانيين في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.<br>1- استعن ببعض قيم $x$ لإنشاء $(C_f)$ ، $(C_g)$ ، واستنتج جدولي تغيراتهما.<br>2- عرف الدالة $f\circ g$ وأنشئ جدول تغيراتها. | ● تعالج بعض الأمثلة قصد توضيح أهمية تعريف المجال I الذي تكون فيه الدالة $gof$ معرفة.<br>فيما يتعلق بالدّالة $gof$ نكتفي بالحالة التي يكون فيها كل من $f$ و $g$ رتيبتين.<br>● يمكن استعمال الترميز $f(I)$ لنشير إلى مجموعة صور عناصر I بالدالة f<br>تعديل 2009/2008 نكتفي بدراسة دوال مجموعة تعريفها معطاة |

**الرقم:** 23/05 **الأستاذ دهيمي ن**

| | |
|---|---|
| **المؤسســـة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى. | **المستـــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013. | **ميدان التعلم:** تحليل. |
| **التاريـــــخ:** ............................................................ | **الوحــــدة:** عموميات عمليات على الدوال |
| **توقيت الحصـة:** ساعة. | **موضوع الحصة:** اتجاه التغير والتمثيل البياني لدوال |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** تمثيل دالة بيانيا باستعمال الدوال المرجعية عندما يكون ذلك ممكنا.

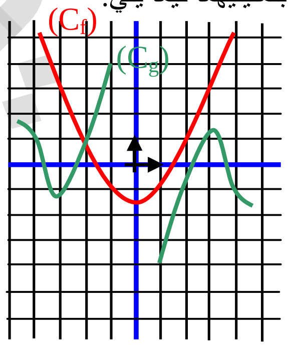
**مؤشرات الكفـاءة:** ............................................................

---

### الأنشطة المقترحة وطبيعتها

**نشاط:**

$f$ ، $g$ دالتان معرفتان بتمثيليهما فيما يلي:




**1-** ماذا تلاحظ عن $(C_f)$ بالنسبة لـ $(yy')$؟

**2-** قارن بين $f(2)$ ، $f(-2)$. ثم بين $f(3)$ ، $f(-3)$.

**3-** ماذا تلاحظ عن $(C_g)$ بالنسبة للمبدأ $O$؟

**4-** قارن بين $g(2)$ ، $g(-2)$. ثم بين $g(4)$ ، $g(-4)$.

### الإنجاز (سير الحصة)

**I/ تمهيد:**

**II/ العرض:**

**شفعية دالة:**

**تعريف:** $f$ دالة معرفة على جزء $D$ من $R$.

**1/** نقول إن f زوجية إذا كان:

Dمتناظرا بالنسبة إلى الصفر. ومن أجل كل $x$ من $D$ فإن: $f(-x)=f(x)$ .

**2/** نقول إن f دالة فردية إذا كان:

Dمتناظرا بالنسبة إلى الصفر. ومن أجل كل $x$ من $D$ فإن: $f(-x)=-f(x)$ .

**نتيجة:** في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس، التمثيل البياني لدالة زوجية يكون متناظرا بالنسبة لمحور التراتيب. بينما التمثيل البياني لدالة فردية فيكون متناظرا بالنسبة للمبدأ.

**III/ تطبيقات:** المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ .

نعرف على $R$ الدوال بالعبارات التالية: $f(x)=x^2-2$ ، $g(x)=(|x|-1)^2$ ، $h(x)=\frac{1}{3}x^3$ ، $k(x)=\frac{|x|+1}{x}$ .

**1)** بين أن $f$ ، $g$ زوجيتان، وأن $h$ و $k$ فرديتان.

**2)** استعن ببعض القيم لإنشاء $(C_f)$ على المجال $[0,+\infty[$، ثم استنتجه على كل $R$ .

**3)** نفس السؤال 2) بالنسبة لبقية الدوال.

### التعليمات والتوجيهات

توظف شفعية دالة أو دوريتها قصد استعمالها لاقتصار الدراسة أو لتبرير تناظر منحني.

تعديل 2009/2008

نكتفي بدراسة دوال مجموعة تعريفها معطاة.

| | |
|---|---|
| **المؤسســـة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى. | **المستـــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013. | **ميدان التعلم:** تحليل. |
| **التاريـــخ:** ........................................................... | **الوحـــدة:** عموميات عمليات على الدوال |
| **توقيت الحصـة:** ساعتان. | **موضوع الحصة:** حلّ مسائل |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** حلّ مسائل تستخدم فيها معادلات و/أو متراجحات من الدرجة الثانية.

**مؤشرات الكفـاءة:** ..................................................

## الأنشطة المقترحة وطبيعتها

**تطبيق:**

نعتبر الدوال المعرفة فيما يلي:

$g(x)=(-2x+3)^2$ ، $f(x)=\dfrac{1+x}{x}$ ، $h(x)=x-\sqrt{2}$ ، $k(x)=x+\sqrt{2}$.

**1/** حدد مجموعات تعريفها.

**2/** بين أن $f$ هي مجموع الدالة مقلوب مع دالة ثابتة ثابتها $k$ وحدده.

**3/** استنتج التمثيل البياني لـ $f$.

**4/** بين أن $g$ مركب دالتين بسيطتين وحددهما

**5/** ادرس اتجاه تغير $h \times k$.

## الإنجاز (سير الحصة)

**I/ تمهيد:**

**II/ العرض:**

**III/ تطبيقات: مسألة:**

ينسب بالمستوي إلى معلم متعامد ومتجانس، ونعتبر الدوال $f$ ، $g$ ، $h$ المعرفة بـ: $f(x)=2x+3$ ، $g(x)=\sqrt{x}$ ، $h(x)=x^2+\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$.

**1/** جد حسابيا نقط تقاطع $(C_f)$ مع $(C_h)$.

**2/** استنتج الوضع النسبي لـ $(C_f)$، $(C_h)$.

**3/** أنشئ $(C_f)$.

**4/** أكمل الجدول التالي ثم أنشئ $(C_h)$.

| $x$ | $h(x)$ |
|---|---|
| -3 | |
| -2 | |
| -1 | |
| $-\frac{1}{4}$ | |
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |

**5/** هل الدراسة البيانية توافق جواب السؤال 2/.

**6/** استعمل الحاسبة البيانية $(TI-83plus)$ لتمثيل الدوال الثلاثة في نفس المستوي، واقرأ نقط تقاطع التمثيلات الثلاثة مع بعضها. (جواب Y= كتابة عبارات الدوال WINDOW أكتب-4 ثم4 ثم1 ثم-4 ثم4 ثم1 ثم1ثم GRAPH . ثم TRACE ، ثم استعمل أسهم التنقل).

## التعليمات والتوجيهات

- نعمل على أن يصبح تحديد إشارة ثلاثي الحدود من الدرجة الثانية آليا عند التلميذ أثناء حلّ هذا النوع من المسائل.
- يمثل هذا النوع من المسائل فرصة لتدريب التلاميذ على استعمال الحاسبة البيانية لحل معادلة من الدرجة الثانية.
- تعديل 2009/2008 نكتفي بدراسة دوال مجموعة تعريفها معطاة

**الرقم:** 23/07 **الأستاذ دهيمي ن**

| | |
|---|---|
| **المؤسســـــة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى. | **المستـــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013. | **ميدان التعلم:** تحليل. |
| **التاريــــــخ:** ............................................................ | **الوحـــدة:** الاشتقاقية |
| **توقيت الحصـة:** ساعتان. | **موضوع الحصة:** العدد المشتق: التعريف |

**المكتسبات القبلية:** العدد المشتق.

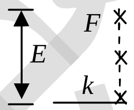
**الكفاءات القاعدية:** حساب العدد المشتق لدالة عند عدد حقيقي $x_0$.

**مؤشرات الكفـاءة:** ......................................................

## الأنشطة المقترحة وطبيعتها

**نشاط:**

تسقط كرية من الرصاص من ارتفاع $E$ عن سطح الأرض ابتداء من النقطة $F$ إلى النقطة $k$ (الشكل) بدون سرعة ابتدائية.




الدراسة الفيزيائية تثبت بأن المسافة المقطوعة ابتداء من $F$ بالنسبة للزمن $t$ تحقق:

$d(t) = 5t^2$، ($t$ بالثانية، $d$ بالمتر وفي شروط معينة).

* نريد معرفة سرعة المتحرك في اللحظة $\boxed{t = 5.s}$

أ/ ما هي المسافة المقطوعة خلال $t = 5$؟ ثم $t = 5 - 1$، $t = 5 - \frac{1}{2}$، $t = 5 - \frac{1}{10}$، $t = 5 - \frac{1}{100}$.

ب/ أحسب السرعة المتوسطة بين 5 و1-5 ثم 5 و $5 - \frac{1}{2}$ ثم 5 و $5 - \frac{1}{10}$، ثم 5 و $5 - \frac{1}{100}$.

جـ/ ما هي السرعة مما مضى التي هي أقرب للمطلوب؟

د/ في الحالة ما إذا اعتبرنا اللحظتين 5 و $5 + h$، أحسب السرعة المتوسطة بينهما بدلالة $h$.

هـ/ إذا كان $h$ قريبا جدا من0، ما هي قيمة السرعة السابقة؟ وماذا تمثل؟.

## الإنجاز (سير الحصة)

**I/ تمهيد:**

**II/ العرض:**

**العدد المشتق:**

**1/ نهاية دالة عند "0":**

$f$ دالة معرفة على المجال $D$ يشمل 0، إذا تحقق: "عندما يقترب x من 0 بالقدر الكافي فإن f(x) يقترب من $l$ بالقدر الذي نري". نقول إن العدد الحقيقي $l$ هو نهاية الدالة $f$ عندما يؤول $x$ إلى0. ونكتب:

$$\lim_{x \to 0} f(x) = l$$

**2/ قابلية الاشتقاق لدالة عند $x_0$:**

$f$ دالة معرفة على المجال $D$ من $R$ يشمل العدد $x_0$. إذا كانت

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = l$$

نقول إن $f$ تقبل الاشتقاق عند $x_0$، ونسمي $l$ العدد المشتق لـ $f$ عند $x_0$. ونكتب: $f'(x_0) = l$. ونسمي النسبة $\frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$ نسبة تزايد $f$ بين العددين $x_0$ و $x_0 + h$.

**أمثلة:**

1/ نعتبر $f$ حيث $f(x) = 2x + 1$. أحسب $f'(0)$، $f'(1)$، $f'(-1)$.

2/ نعتبر g حيث $g(x) = x^2$. أحسب $g'(1)$، $g'(2)$.

**III/ تطبيقات:**

**ت1)** نعرف على $R$ الدالة $f$ كما يلي: $f(x) = 3x^2 + 1$.

1/ أحسب $f'(0)$، $f'(1)$.

2/ نعتبر $x_0$ كيفي من $R$. أحسب بدلالة $x_0$ العدد $f'(x_0)$.

**ت2)** (هذا خاص بشعبة الرياضيات فقط) نعتبر الدالة $f : x \mapsto \frac{|x-2|+3}{x}$.

أدرس قابلية اشتقاق $f$ عند كل من $-1$، 0، 2.

**ت3)** من رقم إلى رقم ص

## التعليقات والتوجيهات

- يمكن مقاربة العدد المشتق بيانيا بعدة طرق، ونقترح كمثال علىذلك المرور من السرعة المتوسطة إلى السرعة اللحظية في الحركات المستقيمة حيث نبدأ بتلك التي معادلاتها الزمنية للحركة من الدرجة الثانية.
- نعرف العدد المشتق للدالة $f$ عند $x_0$ بأنّه النهاية المنتهية للدالة: $h \mapsto \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$ لمّا يؤول $h$ إلى 0 نقول عندئذ إنّ $f$ قابلة للاشتقاق عند $x_0$
- ونرمز للعدد المشتق للدّالة $f$ بالرمز $f'(x_0)$.

تثار مسألة وجود العدد المشتق. (*)

(*) هذا خاص بشعبة الرياضيات فقط.

تعديل 2009/2008 نكتفي بدراسة دوال مجموعة تعريفها معطاة

**المؤسســـــة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى.
**المستــــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج.
**السنة الدراسية:** 2012 / 2013.
**ميدان التعلم:** تحليل.
**التاريــــــخ:** ..............................................................
**الوحــــدة:** الاشتقاقية
**توقيت الحصـة:** ساعتان.
**موضوع الحصة:** العدد المشتق: التفسير الهندسي.

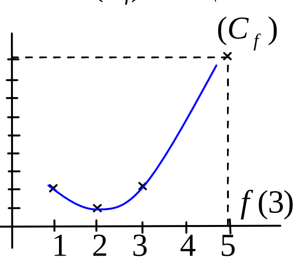
**المكتسبات القبلية:** العدد المشتق.
**الكفاءات القاعدية:** تعيين معادلة للمَماسّ.
**مؤشرات الكفـاءة:** ...........................................................

***الأنشطة المقترحة وطبيعتها***

## نشاط1:

ينسب المستوي إلى المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$، ونعتبر $(C_f)$ التمثيل البياني للدالة $f$ حيث:
$f(x)=x^2-4x+5$
المعرفة على المجال $[1,5]$.

**1/** أرسم بعناية $(C_f)$.




**2/** أحسب $f'(3)$ ، $f(3)$.

**3/** أكتب معادلة للمستقيم $(\Delta)$ الذي يشمل النقطة $A(3,f(3))$ ومعامل توجيهه $f'(3)$ ، أرسمه.

***الإنجاز (سير الحصة)***

## I/ تمهيد:

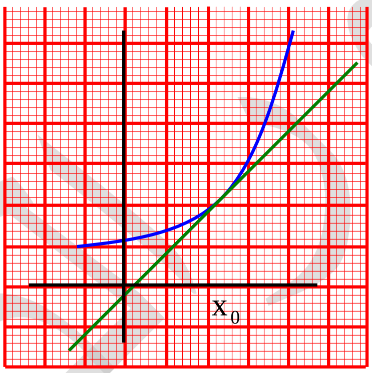
## II/ العرض:

### 1/ معادلة مماس منحنى دالة:

**تعريف:** المستوي منسوب إلى المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$. و $f$ دالة، $x_0$ عنصر من $D_f$ و $(C_f)$ التمثيل البياني لـ $f$ في المستوي.
المستقيم $(T)$ الذي يشمل النقطة $A(x_0,f(x_0))$ ومعامل توجيهه هو العدد $f'(x_0)$ يسمى مماس $(C_f)$ في النقطة $A$، و هو معرف بالمعادلة:
$y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$.

**ملاحظة:** الدالة المعرفة عند $x_0$ والتي لا تقبل الاشتقاق عند $x_0$ لا يقبل تمثيلُها مماسا في النقطة $A(x_0,f(x_0))$.

### 2/ التقريب التآلفي لدالة عند قيمة:




في التعريف السابق لدينا:
$\boxed{(T): y=f'(x_0).(x-x_0)+f(x_0)}$.
إذن $(T)$ هو التمثيل البياني للدالة التآلفية $g$ حيث:
$\boxed{g(x)=f'(x_0).(x-x_0)+f(x_0)}$.

**تعريف:**
الدالة التآلفية $g$ نسميها تقريبا تآلفيا مماسيا للدالة $f$ عند $x_0$. ونقول أنها هي أفضل تقريب تآلفي لها، ونكتب: $f(x)\approx f'(x_0).(x-x_0)+f(x_0)$.

مثال: جد أحسن تقريب تآلفي للدالة $x\mapsto x^2$ عند 1.

## III/ تطبيقات:

**ت1)** نعتبر الدالة f المعرفة بالعبارة: $f(x)=2x^2+3$.
**أ -** أكتب معادلة لـ $(\Delta)$ مماس $(C_f)$ في المستوي المنسوب إلى معلم عند النقطة ذات الفاصلة: $-1$.
**ب -** ما هو أحسن تقريب تآلفي لـ f بجوار $-1$؟
**جـ -** باستخدام الحاسبة البيانية ( $TI83plus$ ) أنشئ $(\Delta)$ و $(C_f)$.

**ت2)** من رقم إلى رقم ص

***التعليمات والتوجيهات***

● تفسّر قابلية الاشتقاق للدالة $f$ بوجودُ مماس لتمثيلها البياني، معامل توجيهه هو $f'(x_0)$ . ثمّ يتم إجراء التقريب الخطي لهذه الدّالة بجوار القيمة $x_0$ بواسطة الدالة التآلفية:
$x\mapsto f'(x)(x-x_0)+f(x_0)$
أي :
$f(x)\approx f'(x)(x-x_0)+f(x_0)$
في الحاسبة البيانية: نستعين باللمسة Zoom لتوضيح ذلك.
تعديل 2008/2009 نكتفي بدراسة دوال مجموعة تعريفها معطاة

الرقم: 23/09 — الأستاذ دهيمي ن

| | |
|---|---|
| **المؤسسـة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى. | **المستـوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013. | **ميدان التعلم:** تحليل. |
| **التاريـخ:** .................................................. | **الوحـدة:** الاشتقاقية |
| **توقيت الحصـة:** ساعتان. | **موضوع الحصة:** الدالة المشتقة |

**المكتسبات القبلية:** العدد المشتق.

**الكفاءات القاعدية:** حساب مشتقات الدوال المألوفة $x \mapsto \sqrt{x}$ ؛ $x \to x^n$ ؛ $x \mapsto \frac{1}{x}$ ؛ $x \mapsto \sin x$ ؛ $x \mapsto \cos x$ .

**مؤشرات الكفـاءة:** ........................................................

| الأنشطة المقترحة وطبيعتها | الإنجاز (سير الحصة) | التعليمات والتوجيهات |
|---|---|---|
| **نشاط:**<br>1/ نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $R^+$ بالعبارة $f(x)=\sqrt{x}$ . أحسب $f'(x)$ من أجل $x$ كيفي من $R^+$ .<br>2/ نفس السؤال باعتبار $f(x)=x^2$ و $x$ من $R$<br>3/ ثم $f(x)=x^3$ ثم $f(x)=x^1$ . ماذا تستنتج بخصوص $f(x)=x^n$ ؟<br>4/ نفس السؤال من أجل $f(x)=\frac{1}{x}$ و $x$ من $R^*$. | **I/ تمهيد:**<br>**II/ العرض:**<br>**1/ قابلية الاشتقاق على مجال:** إذا كانت الدالة $f$ تقبل الاشتقاق عند كل قيمة $x$ من المجال $I$ ، نقول إنها تقبل الاشتقاق على $I$ .<br>**مثال:** كل الدوال كثيرات الحدود تقبل الاشتقاق على كل $R$ .<br>**2/ تعريف الدالة المشتقة:** $f$ دالة تقبل الاشتقاق على المجال $I$ .<br>الدالة التي ترفق كل $x$ من $I$ بالعدد $f'(x_0)$ ، تسمى الدالة المشتقة للدالة $f$ . ونرمز لها بـ $f'$ .<br>(أي $f': x \mapsto f'(x)$ ).<br>**3/ مشتقات بعض الدوال:**<br>1/ الدالة: $f: x \mapsto k$ تقبل الاشتقاق على R ودالتها المشتقة هي: $f': x \mapsto 0$ . $k$ ثابت<br>2/ الدالة: $f: x \mapsto \sqrt{x}$ تقبل الاشتقاق على $R^*$ ودالتها المشتقة هي: $f': x \mapsto \frac{1}{2\sqrt{x}}$ .<br>3/ الدالة: $g: x \mapsto x^n$ تقبل الاشتقاق على R ودالتها المشتقة هي: $g': x \mapsto nx^{n-1}$ .<br>4/ الدالة: $h: x \mapsto \frac{1}{x}$ تقبل الاشتقاق على $R^*$ ودالتها المشتقة هي: $h': x \mapsto \frac{-1}{x^2}$ .<br>5/ الدالة: $k: x \mapsto \sin x$ تقبل الاشتقاق على R ودالتها المشتقة هي: $k': x \mapsto \cos x$ .<br>6/ الدالة: $s: x \mapsto \cos x$ تقبل الاشتقاق على R ودالتها المشتقة هي: $s': x \mapsto -\sin x$ .<br>**III/ تطبيقات: ت1:** من رقم على رقم ص<br>**ت2:** جد الدالة المشتقة للدالة $f$ في كل مما يلي:<br>1/ $f(x) = 2x^2$ . 2/ $f(x) = 3x^2 + 1$ . 3/ $f(x)=2\sqrt{x}$ .<br>4/ $f(x)=-2x^6$ . 5/ $f(x)=\frac{-2}{x}$ . 6/ $f(x)=-x^3+3x^2-\frac{1}{2}x+1$ . | ● نجعل التلميذ يستعمل الرمزين $f'$ ، $f'(x)$ و يميّز بينهما.<br>● نلاحظ أنّ مجموعة قابلية الاشتقاق مطابقة لمجموعة التعريف في كل أنواع الدوال المقررة في هذا المستوى ماعدا دالة الجذر التربيعي.<br>تعديل 2009/2008 نكتفي بدراسة دوال مجموعة تعريفها معطاة |

| | |
|---|---|
| **المؤسســــة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى. | **المستـــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013. | **ميدان التعلم:** تحليل. |
| **التاريـــــخ:** ........................................................ | **الوحـــدة:** الاشتقاقية |
| **توقيت الحصـة:** ساعتان. | **موضوع الحصة:** عمليات على المشتقات |

**المكتسبات القبلية:** العدد المشتق.

**الكفاءات القاعدية:** حساب مشتقات الدوال : $f+g$ ، $f\times g$ ، $\frac{1}{g}$ ، $\frac{f}{g}$ . $x\mapsto f(ax+b)$

**مؤشرات الكفـاءة:** ........................................................

| الأنشطة المقترحة وطبيعتها | الإنجاز (سير الحصة) | التعليمات والتوجيهات |
|---|---|---|
| **نشاط:**<br>نعتبر $f(x)=x-2$ ، $g(x)=x+1$ .<br>أ - أحسب وبسط كلا مما يلي: $f(x)+g(x)$ ، $f(x)\times g(x)$ ، $\frac{f(x)}{g(x)}$ .<br>ب - أحسب $f'(x)+g'(x)$ ، $(f+g)'(x)$ ، $f'(x).g(x)+f(x).g'(x)$ ، $(f\times g)'(x)$ .<br>جـ - بين أن $\frac{f(x)}{g(x)}=1-\frac{3}{x+1}$ ، ثم أحسب $(\frac{f}{g})'(x)$ ، $\frac{f'(x).g(x)-f(x).g'(x)}{[g(x)]^2}$ . | **I/ تمهيد:**<br>**II/ العرض:**<br>**عمليات على الدوال المشتقة:**<br>إذا كانت $f$ ، $g$ دالتين تقبلان الاشتقاق على المجال $I$ ، و $a$ ، $b$ عددين حقيقيين ثابتين فإن:<br>1/ $f+g$ تقبل الاشتقاق على $I$ ، حيث $(f+g)'(x)=f'(x)+g'(x)$ .<br>2/ $a.f$ تقبل الاشتقاق على $I$ ، حيث $(a.f)'(x)=a.f'(x)$ .<br>3/ $f\times g$ تقبل الاشتقاق على $I$ ، حيث $(f\times g)'(x)=f'(x).g(x)+f(x).g'(x)$ .<br>مثال: احسب $f'(x)$ بطريقتين حيث: $f(x)=(2x-1)(x+3)$ .<br>4/ $\frac{1}{g}$ تقبل الاشتقاق على $I$ ، حيث $(\frac{1}{g})'(x)=\frac{-g'(x)}{[g(x)]^2}$ . $\boxed{(g(x)\neq 0)}$<br>5/ $\frac{f}{g}$ تقبل الاشتقاق على $I$ ،حيث $(\frac{f}{g})'(x)=\frac{f'(x).g(x)-f(x).g'(x)}{[g(x)]^2}$ . $\boxed{(g(x)\neq 0)}$<br>6/ $x\mapsto f(ax+b)$ تقبل الاشتقاق على $I$ ، ومشتقتها $x\mapsto a.f'(ax+b)$<br>مثال: احسب مشتقة كل دالة مما يلي بعد تحديد المجموعة التي تقبل عليها الاشتقاق:<br>$f:x\mapsto\sqrt{3x-1}$ ، $g:x\mapsto\frac{1}{2x+1}$ .<br>**III/ تطبيقات:** **ت1:** من رقم على رقم ص<br>**ت2:** أحسب الدالة المشتقة للدالة $f$ في كل مما يلي: $f(x)=x\sqrt{x}$ ، $f(x)=\frac{x+1}{x-1}$ . | نجد في استخراج قواعد حساب مشتقات هذه الدوال فرصة يمارس فيها التلميذ البرهان.<br>تعديل 2009/2008<br>نكتفي بدراسة دوال مجموعة تعريفها معطاة |

| | |
|---|---|
| **المؤسســـة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى. | **المستـــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013. | **ميدان التعلم:** تحليل. |
| **التاريـــخ:** ........................................................... | **الوحـــدة:** الاشتقاقية |
| **توقيت الحصـة:** ساعتان. | **موضوع الحصة:** الربط بين إشارة المشتق واتجاه التغيّر. |

**المكتسبات القبلية:** العدد المشتق.

**الكفاءات القاعدية:** تعيين اتجاه تغير دالة

**مؤشرات الكفـاءة:** ........................................................

| الأنشطة المقترحة وطبيعتها | الإنجاز (سير الحصة) | التعليمات والتوجيهات |
|---|---|---|
| **نشاط:** نعتبر في المستوي المنسوب إلى معلم، التمثيل البياني $(C_f)$ للدالة $f$ حيث: $f(x) = x^2$.<br>1/ أنشئ $(C_f)$ (استعن ببعض القيم لـ $x$).<br>2/ جد $f'$.<br>3/ أدرس إشارة $f'(x)$.<br>4/ استنتج من $(C_f)$ جدول التغيرات (دون في هذا الجدول إشارة $f'$ أيضا) | **I/ تمهيد:**<br>**II/ العرض:**<br>**اتجاه التغير وإشارة المشتقة:**<br>**مبرهنة:** (تقبل): $f$ دالة تقبل الاشتقاق على مجال I.<br>إذا كانت $f'$ موجبة على I تكون $f$ متزايدة عليه. وإذا كانت $f'$ سالبة عليه تكون $f$ متناقصة عليه. وإذا كانت $f'$ معدومة عليه تكون $f$ ثابتة عليه.<br>**ملاحظة:**<br>1/ تبقى المبرهنة السابقة صحيحة من أجل انعدام $f'(x)$ عند قيمة معزولة من $I$.<br>2/ إذا كانت f لا تغير اتجاه تغيرها على $I$ نقول إنها رتيبة عليه.<br>**III/ تطبيقات:** ت1: من رقم على رقم ص<br>ت2) نعتبر الدالة: $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 6x$.<br>1/ حدد مجموعة تعريف $f$. 2/ ادرس اتجاه تغير $f$. 3/ أنشئ $(C_f)$.<br>ت3) نفس الأسئلة مع الدالة: $f(x) = \dfrac{2x-1}{-x+1}$. | تختار أمثلة ندرس فيها اتجاه تغير دالة كثير حدود أو دالة ناطقة<br>تعديل 2009/2008 نكتفي بدراسة دوال مجموعة تعريفها معطاة |

| | |
|---|---|
| المؤسســـة: ثانوية الحنية - سيدي عيسى. | المستـــوى: 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| السنة الدراسية: 2012 / 2013. | ميدان التعلم: تحليل. |
| التاريـــــخ: ............................................................ | الوحــــدة: الاشتقاقية |
| توقيت الحصـة: ساعتان. | موضوع الحصة: القيم الحدية لدالة على مجال |

**المكتسبات القبلية:** العدد المشتق.

**الكفاءات القاعدية:** استعمال المشتق لتعيين القيم الحدية لدالة.

**مؤشرات الكفـاءة:** .......................................................

| الأنشطة المقترحة وطبيعتها | الإنجاز (سير الحصة) | التعليمات والتوجيهات |
|---|---|---|
| **نشاط:** نعتبر في المستوي المنسوب إلى معلم $(C_f)$ التمثيل البياني للدالة $f$ حيث: $f(x)=x^3+\frac{3}{2}x^2-6x$. اعتمادا على تمثيلها البياني (في النشاط السابق)ادرس القيم الحدية لـ $f$. | **I/ تمهيد:**<br>**II/ العرض:**<br>**القيم الحدية والدالة المشتقة:**<br>**مبرهنة:** (تقبل): $f$ دالة تقبل الاشتقاق على مجال I يشمل $x_0$.<br>إذا انعدمت الدالة $f'$ عند $x_0$ وغيرت إشارتها، فإن الدالة $f$ تقبل قيمة حدية محلية (أي على مجال آخر $I'$ يشمل $x_0$ و $I' \subset I$ ).<br>**تسمية:** النقطة $A(x_0, f(x_0))$ من $(C_f)$ تسمى ذروة.<br>**III/ تطبيقات:** ت1: من رقم على رقم ص<br>ت2) أدرس القيم الحدية المحلية للدالة: $x \mapsto 2x^3-6x^2+6x$ . ثم للدالة $x \mapsto \frac{x-2}{2x+1}$. | تعديل 2009/2008 نكتفي بدراسة دوال مجموعة تعريفها معطاة |

**الرقم:** 23/13 **الأستاذ دهيمي ن**

| | |
|---|---|
| **المؤسســـة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى. | **المستـــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013. | **ميدان التعلم:** تحليل. |
| **التاريـــــخ:** ........................................................... | **الوحـــدة:** دراسة الدوال العددية |
| **توقيت الحصـة:** ساعتان. | **موضوع الحصة:** حصر دالة، مسائل الاستمثال. |

**المكتسبات القبلية:** العدد المشتق.

**الكفاءات القاعدية:** حل مسائل تستخدم فيها دوال ناطقة

**مؤشرات الكفـاءة:** ........................................................

| الأنشطة المقترحة وطبيعتها | الإنجاز (سير الحصة) | التعليمات والتوجيهات |
|---|---|---|

### الأنشطة المقترحة وطبيعتها

**نشاط:**

على المجال $\left[\frac{3}{2},5\right]$ نعرف الدالة $f: x \mapsto \frac{x-2}{x-1}$، و $(C)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم.

1- أدرس اتجاه تغير $f$.

2- أنشئ $(C)$.

3- ليكن $x$ من $\left[\frac{3}{2},5\right]$، اعتمادا على $(C)$ أجب عن الأسئلة التالية:

هل يمكن إعطاء حصر لـ $f(x)$ ؟

ما هو ترتيب الأعداد $f(x)$، $f(\frac{3}{2})$، $f(5)$ ؟

هل تقبل المعادلة $f(x)=0$ حلولا في المجال $\left[\frac{3}{2},5\right]$؟

### الإنجاز (سير الحصة)

## I/ تمهيد:

## II/ العرض:

**حصر دالة:**

**مبرهنة:** (تقبل): $f$ دالة تقبل الاشتقاق على المجال $[a,b]$، و x عدد كيفي منه.

**أ/** يوجد عددان حقيقيان $l$، $k$ يحققان: $l \le f(x) \le k$. يسميان حادان من الأعلى ومن الأسفل على الترتيب لـ $f$ على $[a,b]$.

**ب/** إذا كانت $f$ متزايدة على $[a,b]$ فإن: $f(a) \le f(x) \le f(b)$ . وإذا كانت متناقصة فإن: $f(b) \le f(x) \le f(a)$ .

**جـ/** وإضافة إلى ذلك فإنه إذا كان $f(a) \times f(b) < 0$ يكون للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد في $[a,b]$ .

## III/ تطبيقات:

**ت1:** من رقم      على رقم      ص

**ت2: (الحصر)**

**I/** نعرف الدالة: $f: x \mapsto tgx$ . على المجال $\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$ .

**1/** عين الدالة المشتقة $f'$ .   **2/** أنشئ جدول التغيرات لـ $f$.

**3/** أنشئ التمثيل البياني $(C_f)$.

**II/** نعتبر الآن $f$ السابقة لكن على المجال $\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right]$.

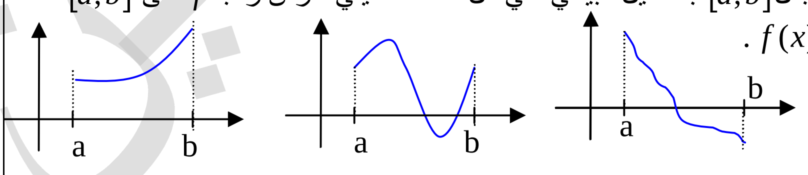
**1/** لون الجزء من $(C_f)$ السابق الموافق لهذا المجال.

**2/** أحسب $f(-\frac{\pi}{4})$ ، $f(\frac{\pi}{4})$ .

**3/** ليكن $x$ كيفيا من $\left]-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right[$ . رتب: $f(-\frac{\pi}{4})$ ، $f(\frac{\pi}{4})$ ، $f(x)$ .

**ت3: (حلول المعادلة $f(x)=0$ )**

$f$ دالة معرفة على المجال $[a,b]$ بالتمثيل البياني، في كل حالة مما يلي ادرس رتابة $f$ على $[a,b]$، وحلول المعادلة $f(x)=0$ .




**ت3: (الاستمثال)** نعتبر وحدة كيفية للطول.

قال أحد المحسنين لفقير، خذ سياجا بطول 4، وأحطه بجزء مستطيل الشكل من أرضي الفلاحية باختيارك، لنساعد الفقير لأجل الحصول على أكبر مساحة، لذلك نبحث عن الطول والعرض الملائمين.

**1/** ما هي العلاقة التي يحققها الطول والعرض $x$، $y$؟

**2/** عبر عن المساحة $f(x,y)$ لهذه القطعة بدلالة $x$ فقط.

**3/** ادرس تغيرات $f$ وحدد المطلوب.

### التعليمات والتوجيهات

تقترح أنشطة تهدف إلى استنتاج حصر دالة على مجال بثوابت أو دوال بسيطة.

تعالج مسائل "الاستمثال " التي نبحث فيها عن القيم المُثلى التي تحقق المطلوب.

تعديل 2008/ 2009 نكتفي بدراسة دوال مجموعة تعريفها معطاة

| | |
|---|---|
| **المؤسســـة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى. | **المستـــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013 | **ميدان التعلم:** تحليل. |
| **التاريـــخ:** ............................................................ | **الوحـــدة:** دراسة الدوال العددية |
| **توقيت الحصـة:** ساعتان. | **موضوع الحصة:** حل مسائل |

**المكتسبات القبلية:** العدد المشتق.

**الكفاءات القاعدية:** حل مسائل تستخدم فيها دوال صماء.

**مؤشرات الكفـاءة:** ............................................................

| الأنشطة المقترحة وطبيعتها | الإنجاز (سير الحصة) | التعليمات والتوجيهات |
|---|---|---|
| كل الحصة عبارة عن أنشطة<br>**تطبيق2:** لتكن الدالة: $f : x \mapsto \dfrac{-2x+1}{x-2}$<br>1/ حدد $D_f$.<br>2/ أدرس اتجاه تغيره، وأنشئ جدول تغيراتها.<br>3/ جد العددين $\alpha$، $\beta$ حيث يكون $f(x) = \dfrac{\alpha}{x-2} + \beta$<br>4/. أعط قيما مقربة لـ $f(x)$ عندما x يكبر بقدر كاف، ثم يصغر بقدر كاف.<br>5/ نفس السؤال من أجل قيم لـ x قريبة جدا من2.<br>6/ أنشئ $(C_f)$. | **I/ تمهيد:**<br>**II/ العرض:**<br>**III/ تطبيقات:**<br>**ت1: (التقريب)** ينسب المستوي إلى معلم م م.<br>I/ نعتبر الدالتين $h$، $g$ حيث: $g(x) = 2\sqrt{x}$ ، $h(x)=(x+1)^2$ معرفتين على المجال $[0,+\infty[$.<br>1/ أكمل الجدول. 2/ أنشئ $(C_g)$، $(C_h)$.<br>3/ استنتج بيانيا ترتيب العددين $2\sqrt{x}$ ، $(x+1)^2$ من أجل كل $x$ من $R^+$.<br>II/ نعتبر الدالة $f$ حيث: $f(x) = \sqrt{x} + \dfrac{1}{x+1}$.<br>1/ حدد $D_f$ وحدد مجموعة قابلية الاشتقاق لـ $f$.<br>2/ جد $f'(x)$ وادرس إشارة $f'$. 3/ أعط جدول تغيرات $f$.<br>4/ أكمل الجدول التالي وأنشئ $(C_f)$.<br>5/ أكتب معادلة لـ (T) مماس $(C_f)$ عند النقطة $A$ حيث: $x_A = 1$.<br>6/ هات أحسن تقريب تآلفي للدالة $f$ بجوار1.<br>7/ أحسب قيمة مقربة للعدد $f(1.04)$. | تعديل 2009/2008 نكتفي بدراسة دوال مجموعة تعريفها معطاة |

| $x$ | $h(x)$ | $g(x)$ |
|---|---|---|
| 0 | | |
| 1 | | |
| 1.5 | | |
| 2 | | |
| 3 | | |

| $x$ | $f(x)$ |
|---|---|
| 0 | |
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| 4 | |
| 5 | |

**المؤسســـــة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى
**السنة الدراسية:** 2013 / 2012.
**التاريــــــخ:** ...........................................................
**توقيت الحصـة:** ساعتان.

**المستــــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج.
**ميدان التعلم:** تحليل.
**الوحـــــدة:** النـهـايـات
**موضوع الحصة:** حساب نهاية

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** حساب نهاية دالة عندما يؤول $x$ إلى $+\infty$ أو $-\infty$ أو إلى $x_0$.

**مؤشرات الكفـاءة:** ..........................................................................................................................

| الأنشطة المقترحة وطبيعتها | الإنجاز (سير الحصة) | التعليمات والتوجيهات |
|---|---|---|
| **نشاط1:** نعتبر الدوال $f$، $g$، $h$، حيث: $f(x)=x^2-3x+1$، $g(x)=-x^2+3$، $h(x)=\dfrac{3}{x-2}$. <br> **/1** أوجد $D_f$، $D_g$، $D_h$. <br> **/2** اختر قيما لـ $x$ قريبة من 1 بالقدر الكافي. <br> **/3** اختر قيما لـ $x$ كبيرة بالقدر الكافي واحسب صورها بواسطة كل من $f$، $g$، $h$. <br> **/4** نفس السؤال 3/ من أجل قيم صغيرة بالقدر الكافي. <br> (استعمل جداول). <br> **نشاط2:** <br> **-1** اختر قيما لـ $x$ قريبة جدا من 2 ولكنها أكبر من2، واحسب صورها بواسطة $h$ المذكورة في النشاط السابق. <br> **-2** نفس السؤال السابق ولكن القيم أصغر من2. | **I/ تمهيد:** <br> **II/ العرض:** **النهايات:** <br> **نهاية دالة عند $x_0$ ، $+\infty$، $-\infty$:** <br> **تعريف1:** القول إن نهاية الدالة $f$ عند $x_0$ هي $l$ يعني أنه يمكن جعل $f(x)$ أقرب من أي عدد حقيقي إلى $l$ إذا كان $x$ قريبا بالقدر الكافي من $x_0$ . ونكتب $\boxed{\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=l}$. <br> **تعريف2:** القول أن نهاية الدالة $f$ عند $+\infty$ هي $+\infty$ يعني يمكن جعل $f(x)$ أكبر من أي عدد حقيقي إذا كان $x$ كبيرا بالقدر الكافي ونكتب $\boxed{\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty}$. <br> **تعريف3:** القول أن نهاية الدالة $f$ عند $-\infty$ هي $l$ يعني يمكن جعل $f(x)$ قريبا من $l$ بالقدر الذي نريد إذا كان $x$ صغيرا بالقدر الكافي. ونكتب $\boxed{\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=l}$. <br> ملاحظات: **أ-** لا يمكن لدالة أن تقبل عند $x_0$ أو $+\infty$ أو $-\infty$ أكثر من نهاية. <br> **ب -** يمكن الحصول على تعاريف لنهايات أخرى بنفس الطريقة. <br> مثال: $\lim\limits_{x\mapsto+\infty} f(x)=l$ ، $\lim\limits_{x\mapsto+\infty} f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\mapsto-\infty} f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\mapsto-\infty} f(x)=-\infty$ <br> **النهاية من اليمين والنهاية من اليسار:** <br> **تعريف4:** القول أن نهاية الدالة $f$ عند $x_0$ بقيم أكبر(أو على يمين $x_0$ ) هي $+\infty$ يعني أنه يمكن جعل $f(x)$ أكبر من أي عدد حقيقي إذا كان $x$ قريبا بالقدر الكافي من $x_0$ و $x>x_0$ ) ونكتب $\boxed{\lim\limits_{\substack{x\to x_0\\ >}} f(x)=+\infty}$. <br> **تعريف5:** القول أن نهاية الدالة $f$ عند $x_0$ بقيم أصغر(أو على يسار $x_0$ ) هي $-\infty$ يعني أنه يمكن جعل $f(x)$ أصغر من أي عدد حقيقي إذا كان $x$ قريبا بالقدر الكافي من $x_0$ و $x<x_0$ ) ونكتب $\boxed{\lim\limits_{\substack{x\to x_0\\ <}} f(x)=-\infty}$. <br> **ملاحظة هامة:** ( $\lim\limits_{\substack{x\to x_0\\ <}} f(x)=l$ و $\lim\limits_{\substack{x\to x_0\\ >}} f(x)=l$ تكافئ $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=l$ ). <br> **III/ تطبيق:** **ت1)** من رقم إلى رقم ص <br> **ت2)** أحسب ما يلي: $\lim\limits_{x\mapsto\frac{1}{2}}(x^3-3x+1)$ ، $\lim\limits_{x\mapsto 3}\dfrac{3x+1}{x-2}$ ، <br> $\lim\limits_{x\mapsto-\infty}(x^3-3x+1)$ ، $\lim\limits_{x\mapsto+\infty}(-x^3+2x-1)$ ، $\lim\limits_{x\mapsto+\infty}(x^3+x^2+x+5)$ . | نقترح في البداية أمثلة حول حساب النهايات عندما $\|x\|\to+\infty$ ثمّ عندما $x\xrightarrow{<}x_0$ ثمّ عندما $x\xrightarrow{>}x_0$. <br> تعديل 2009/2008 نكتفي بدراسة دوال مجموعة تعريفها معطاة |

**الرقم:** 23/16

**الأستاذ دهيمي ن**

| | |
|---|---|
| **المؤسســـة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى | **المستـــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013. | **ميدان التعلم:** تحليل. |
| **التاريــــخ:** ............................................................... | **الوحـــدة:** النـهايـات |
| **توقيت الحصـة:** ساعتان. | **موضوع الحصة:** حساب نهاية دالة مرجعية |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** حساب نهاية دالة عندما يؤول $x$ إلى $x_0$ أو إلى $+\infty$ أو $-\infty$.

**مؤشرات الكفـاءة:** ...............................................................................................................................

| الأنشطة المقترحة وطبيعتها | الإنجاز (سير الحصة) | التعليمات والتوجيهات |
|---|---|---|
| **نشاط:** نعتبر الدوال: <br> $f:x\mapsto 2x-3$ ، <br> $g:x\mapsto -x+2$ ، <br> $h:x\mapsto x^2$ ، $k:x\mapsto \frac{1}{x}$ <br> $s:x\mapsto \sqrt{x}$ ، . <br> أحسب نهايات هذه الدوال عند كل من $-\infty$ ، $+\infty$ ، 0. | **I/ تمهيد:** <br> **II/ العرض:** <br> **نتائج:** <br> 1- نهاية الدالة التآلفية $x\mapsto ax+b$ (إذا كان $a>0$ ) عند $-\infty$ هي $-\infty$ ، وعند $+\infty$ هي $+\infty$ . (وإذا كان $a<0$ ) عند $-\infty$ هي $+\infty$ ، وعند $+\infty$ هي $-\infty$ . <br> 2- نهاية الدالة مربع $x\mapsto x^2$ عند $-\infty$ هي $+\infty$ ، وعند $+\infty$ هي $+\infty$ . <br> 3- نهاية الدالة مقلوب $x\mapsto \frac{1}{x}$ عند $-\infty$ هي0، وعند $+\infty$ هي 0، وعند0 بقيم أصغر منه هي $-\infty$ ، وعند0 بقيم أكبر منه هي $+\infty$ . <br> 4 - نهاية دالة الجذر التربيعي $x\mapsto \sqrt{x}$ عند $+\infty$ هي $+\infty$ ، وعند0 بقيم أكبر منه هي 0. <br> **III/ تطبيق: ت1)** من رقم ...... إلى رقم ...... ص <br> **ت2)** أحسب النهايات التالية: $\lim\limits_{x\to-\infty}(-2x+4)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}(-2x+4)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}(x-14)$ <br> ، $\lim\limits_{x\to+\infty}(\frac{1}{2}x+1)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}2x^2$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}2x^2$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-x^2\right)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-x^2\right)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2}{x}$ <br> ، $\lim\limits_{\substack{x\to0\\<}}\frac{2}{x}$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to0\\>}}\frac{2}{x}$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to0\\>}}\frac{-3}{x}$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to0\\<}}\frac{-3}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-3}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-3}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}2\sqrt{x}$ ، <br> $\lim\limits_{x\to+\infty}(-\sqrt{x})$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{-x}$ . | $x\mapsto ax+b$ ، <br> $x\mapsto x^2$ ، <br> $x\mapsto \frac{1}{x}$ ، <br> $x\mapsto \sqrt{x}$ . تعديل 2009/2008 نكتفي بدراسة دوال مجموعة تعريفها معطاة |

| | |
|---|---|
| **المؤسســـــة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى | **المستـــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013. | **ميدان التعلم:** تحليل. |
| **التاريـــــخ:** ............................................. | **الوحـــدة:** النـهايات |
| **توقيت الحصـة:** ساعتان. | **موضوع الحصة:** حساب نهاية |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** معرفة نهاية دالة عندما يؤول $x$ إلى $x_0$ أو إلى $+\infty$ أو $-\infty$.

**مؤشرات الكفـاءة:** ..........................................

| الأنشطة المقترحة وطبيعتها | الإنجاز (سير الحصة) | التعليمات والتوجيهات |
|---|---|---|
| **نشاط:** نعتبر الدوال: $f:x\mapsto 2x-3$ ، $h:x\mapsto x^2$ ، $k:x\mapsto \frac{1}{x}$ ، $s:x\mapsto \sqrt{x}$ .<br>**1-** جد شرطا على $x$ يحقق $f(x)>10^{10}$ ، ثم شرطا يجعل $f(x)<10^{10}$ .<br>**2-** هل يمكن ذلك مع الدالتين الأخريين؟<br>**3-** ما هو الشرط على $x$ الذي يحقق $0<f(x)<0.001$. | **I/ تمهيد:**<br>**II/ العرض:**<br>**نتائج أخرى:**<br>**1-** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ معناه من أجل كل عدد حقيقي $A$ ، يوجد عدد حقيقي $B$ ، بحيث: إذا كان $x>B$ فإن $f(x)>A$ .<br>**2-** $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=+\infty$ معناه أنه من أجل كل عدد حقيقي $A$ ، يوجد عدد حقيقي موجب تماما $B$ ، بحيث: إذا كان $\lvert x-x_0\rvert<B$ فإن $f(x)>A$ .<br>**3-** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=l$ معناه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما $A$ ، يوجد عدد حقيقي $B$ ، بحيث: إذا كان $x>B$ فإن $\lvert f(x)-l\rvert<A$ .<br>**III/ تطبيق:** من رقم إلى رقم ص | يقتصر تطبيق تعريف النهاية، باستعمال المجالات، على أمثلة للدوال المرجعية كتفسير للمقاربة التجريبية والحدسية للمفهوم<br>تعديل 2009/2008 نكتفي بدراسة دوال مجموعة تعريفها معطاة |

**الرقم:** 23/18 **الأستاذ دهيمي ن**

| | |
|---|---|
| **المؤسســـــة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى | **المستـــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013. | **ميدان التعلم:** تحليل. |
| **التاريـــــخ:** ............................................................ | **الوحـــدة:** النـهايات |
| **توقيت الحصـة:** ساعتان. | **موضوع الحصة:** حساب نهاية |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** حساب نهاية دالة ناطقة عندما يؤول $x$ إلى $a$ ، حيث $a$ حد لمجموعة تعريف هذه الدّالة.

**مؤشرات الكفـاءة:** ..................................................................................

| الأنشطة المقترحة وطبيعتها | الإنجاز (سير الحصة) | التعليمات والتوجيهات |
|---|---|---|
| **نشاط:** نعتبر الدوال: $f:x\mapsto 2x^2-x+1$ ، $g:x\mapsto -x^2+2x-3$ ، $s:x\mapsto \frac{2x^3-x+1}{x^2+x-2}$ ، $h:x\mapsto -2x^3+x^2+x-3$ .<br>1) حدد مجموعات تعريف هذه الدوال.<br>2) أحسب $f(1)$ ، $g(2)$ ، $h(0)$ ، $\lim\limits_{x\to1} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to2} g(x)$ ، $\lim\limits_{x\to0} h(x)$ .<br>3) أحسب نهايات كل هذه الدوال عند أطراف مجالات تعريفها. (12 نهاية) | **I/ تمهيد:**<br>**II/ العرض:**<br>**نتائج أخرى:**<br>**1/** نهاية الدالة $f:x\mapsto ax^2+bx+c$ ، عند $x_0$ هي $f(x_0)$ . و(إذا كان $a>0$ ) فعند $-\infty$ هي $+\infty$ ، وعند $+\infty$ هي $+\infty$ . (وإذا كان $a<0$ ) عند $-\infty$ هي $-\infty$ ، وعند $+\infty$ هي $-\infty$ .<br>**2/** بصفة عامة: نهاية دالة كثير حدود عند $+\infty$ أو $-\infty$ هي نهاية حدها الأعلى درجة.<br>**3/** نهاية الدالة الناطقة $f:x\mapsto \frac{k(x)}{l(x)}$ عند $+\infty$ أو $-\infty$ هي نهاية حاصل قسمة حدها الأعلى درجة في البسط على حدها الأعلى درجة في المقام.<br>**III/ تطبيق:** من رقم إلى رقم ص | تعديل 2008/ 2009 نكتفي بدراسة دوال مجموعة تعريفها معطاة |

**الرقم:** 23/19 **الأستاذ دهيمي ن**

| | |
|---|---|
| **المؤسســـــة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى | **المستـــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013. | **ميدان التعلم:** تحليل. |
| **التاريــــــخ:** ............................................................ | **الوحـــدة:** النـهايات |
| **توقيت الحصـة:** ساعتان. | **موضوع الحصة:** النهايات والسلوك التقاربي لمنحنى دالة. |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** التفسير البياني لنهاية غير منتهية لدالة عندما يؤول $x$ إلى $x_0$ - معرفة شرط وجود مستقيم مقارب للمنحني يوازي أحد محوري المعلم.

**مؤشرات الكفـاءة:** ........................................................................................

## الأنشطة المقترحة وطبيعتها

**نشاط:** نعتبر الدالة: $f : x \mapsto \frac{x+1}{x-2}$ .

1) ما هي مجموعة تعريفها؟

2) أحسب نهاياتها عند أطراف مجموعة تعريفها.

3) كيف تفسر بيانيا هذه النهايات؟

## الإنجاز (سير الحصة)

**I/ تمهيد:**

**II/ العرض:**

**المستقيمات المقاربة الموازية لأحد المحورين:**

$f$ دالة معرفة على R. و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي.

**تعريف1:** $a$ عدد حقيقي.

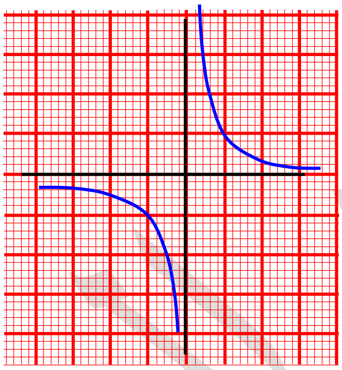
إذا كان $\lim_{x \to a} f(x) = +\infty$ ، أو $\lim_{x \to a} f(x) = -\infty$ فإن المستقيم المعرف بالمعادلة $x = a$ يسمى مستقيما مقاربا لـ $(C_f)$.

**تعريف2:** $a$ عدد حقيقي.

إذا كان $\lim_{x \to +\infty} f(x) = a$ ، أو $\lim_{x \to -\infty} f(x) = a$ فإن المستقيم المعرف بالمعادلة $y = a$ يسمى مستقيما مقاربا لـ $(C_f)$.

ملاحظة: المستقيم الوارد في التعريف الأول مواز لمحور التراتيب، وفي التعريف الثاني مواز لمحور الفواصل.

مثال: (الدالة) ($x \mapsto \frac{1}{x}$)



**III/ تطبيق:**

**ت1)** من رقم إلى رقم ص

**ت2)** جد كل المستقيمات المقاربة لتمثيل الدالة الواردة في نشاط الحصة.

**ت3)** حدد مجموعة تعريف الدالة $x \mapsto \frac{x-1}{x+2}$ ، ثم احسب نهاياتها. فسر ذلك بيانيا.

## التعليمات والتوجيهات

تعديل 2009/2008

نكتفي بدراسة دوال مجموعة تعريفها معطاة

| | |
|---|---|
| **المؤسســـة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى | **المستـــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013. | **ميدان التعلم:** تحليل. |
| **التاريـــــخ:** ............................................................ | **الوحـــدة:** النـهايـات |
| **توقيت الحصـة:** ساعتان. | **موضوع الحصة:** النهايات والسلوك التقاربي لمنحنى دالة. |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** تبرير أن مستقيما معلوما هو مستقيم مقارب.

**مؤشرات الكفـاءة:** ............................................................

### الأنشطة المقترحة وطبيعتها

**نشاط:**

ينسب المستوي إلى معلم.
وليكن المستقيم: $(\Delta): y=2x+1$.
والدالة $f$ حيث: $f(x)=\dfrac{2x^2+x+1}{x}$.

1/ أكتب $f(x)$ على الشكل: $f(x)=\dfrac{1}{x}+\alpha.x+\beta$.

2/ أحسب $(f(x)-(2x+1))$.

3/ استنتج الوضع النسبي لـ $(\Delta)$، $(C_f)$.

4/ احسب:
$\lim\limits_{x\mapsto+\infty}\left[f(x)-(2x+1)\right]$،
$\lim\limits_{x\mapsto-\infty}\left[f(x)-(2x+1)\right]$.

5/ بم تفسر ذلك؟

### الإنجاز (سير الحصة)

**I/ تمهيد:**

**II/ العرض:**

**المستقيم المقارب المائل:**

المستوي منسوب إلى معلم. و $(C_f)$ التمثيل البياني للدالة $f$ .

**تعريف:** إذا كان $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(\alpha x+\beta)]=0$ أو $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(\alpha x+\beta)]=0$

فإن المستقيم: $(\Delta): y=\alpha x+\beta$ يسمى مقاربا مائلا لـ $(C_f)$.

**III/ تطبيق: ت1)** من رقم        إلى رقم        ص

**ت2)** المستوي منسوب إلى معلم، ونعتبر الدوال $f$ ، $g$ ، $h$ ، حيث:

$f(x)=\dfrac{x^2+2x+3}{x+1}$ ، $g(x)=\dfrac{-2x+3}{x-2}$ ، $h(x)=\dfrac{3x^2+x+1}{2x+1}$.

1/ حدد $D_f$ ، $D_g$ ، $D_h$.

2/ بالاستعانة بالنشاط السابق ابحث عن كل المستقيمات المقاربة لـ $(C_f)$، $(C_g)$، $(C_h)$.

**ت3) 1)** باستخدام الحاسبة البيانية $(TI-83plus)$ مثل الدالة $x\mapsto\dfrac{x^2-2x+3}{x-1}$.

(اعرض الشكل وفق المجالين $-7\le x\le 7$ ، $-7\le y\le 7$). ما تعليقك فيما يخص المستقيمات المقاربة؟

2) اقترح معادلة من الشكل $y=ax+b$ للمستقيم المقارب المائل، ومثله في المعلم السابق. إذا كان الاقتراح غير صحيح فأعد المحاولة.

### التعليمات والتوجيهات

- يمكن استعمال حاسبة بيانية لتخمين وجود مستقيم مقارب بالبحث المتكرِّر عن معادلته (التي تكون من الشكل $y=ax+b$ ) ثمّ تبريرها فيما بعد بالحساب.
- تعديل 2008/2009 نكتفي بدراسة دوال مجموعة تعريفها معطاة

| | |
|---|---|
| **المؤسســـة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى | **المستـــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013. | **ميدان التعلم:** تحليل. |
| **التاريــــخ:** ............................................................ | **الوحـــدة:** النـهايات |
| **توقيت الحصـة:** ساعتان. | **موضوع الحصة:** النهايات والسلوك التقاربي لمنحنى دالة. |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** البحث عن مستقيم مقارب مائل.

**مؤشرات الكفـاءة:** ..............................................

| الأنشطة المقترحة وطبيعتها | الإنجاز (سير الحصة) | التعليمات والتوجيهات |
|---|---|---|
| **نشاط:** لتكن الدالة $f : x \mapsto \dfrac{x^2-2x+3}{x-1}$ .<br>1- أحسب العددين $a$ ، $b$<br>حيث: $a = \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ ،<br>$b = \lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-ax)$ .<br>2- أحسب<br>$\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(ax+b)]$ . | **I/ تمهيد:**<br>**II/ العرض:**<br>**البحث عن المستقيم المقارب المائل:**<br>المستوي منسوب إلى معلم. و $(C_f)$ التمثيل البياني للدالة $f$ .<br>**نتيجة:** إذا كان $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=a$ و $a\neq 0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-ax)=b$ ، أو $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=a$ و $a\neq 0$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)-ax)=b$ ، فإن المستقيم المعرف بالمعادلة $y=ax+b$ مقارب لـ $(C_f)$ .<br>**ملاحظة:**<br>المستقيم $(\Delta): y=ax+b$ مقارب لـ $(C_f)$ **معناه** $\lim\limits_{\lvert x\rvert\to+\infty}[f(x)-(ax+b)]=0$<br>**III/ تطبيق: ت1)** من رقم إلى رقم ص<br>**ت2)** ابحث عن كل المستقيمات المقاربة لتمثيل الدالة $x \mapsto \dfrac{2x^2+x+2}{x+1}$ . | تعديل 2009/2008<br>نكتفي بدراسة دوال مجموعة تعريفها معطاة |




الأستاذ دهيمي ن

**المؤسســـة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى
**السنة الدراسية:** 2012 / 2013.
**التاريـــــخ:** ..........................................................
**توقيت الحصـة:** ساعتان.

**المستـــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج.
**ميدان التعلم:** تحليل.
**الوحـــدة:** النـهـايـات
**موضوع الحصة:** حساب النهايات.

**المكتسبات القبلية:**
**الكفاءات القاعدية:** استعمال النظريات الأولية (المجموع؛ الجُداء؛ المقلوب؛ حاصل القسمة) لحساب نهايات.
**مؤشرات الكفـاءة:**..........................................................

**الأنشطة المقترحة وطبيعتها** | **الإنجاز (سير الحصة)** | **التعليمات والتوجيهات**

## نشاط:

احسب: $\lim_{x \mapsto 0} f(x)$، $\lim_{x \mapsto 0} g(x)$

ثم: $\lim[f(x)+g(x)]$

في كل مما يلي:

أ/ $f(x)=x^2+2$، $g(x)=1-x$.

ب/ $f(x)=x^3+2$، $g(x)=\frac{1}{x^2}$.

جـ/ $f(x)=x^3+2$، $g(x)=-\frac{1}{x^2}$.

د/ $f(x)=\frac{2}{x^2}$، $g(x)=\frac{1}{x^2}$.

هـ/ $f(x)=\frac{-2}{x^2}$، $g(x)=-\frac{1}{x^2}$.

## I/ تمهيد:

## II/ العرض: مبرهنات أولية على النهايات:

$f$ و $g$ دالتان، و $x_0$ ، $l$ و $l'$ أعداد حقيقية؛ نقبل دون برهان، النتائج التالية المعطاة على شكل جداول

**أ- نهاية المجموع:**

| إذا كانت $\lim_{x\to x_0} f(x)$ هي: | وكانت $\lim_{x\to x_0} g(x)$ هي: | فإن $\lim_{x\to x_0}(f+g)(x)$ هي: |
|---|---|---|
| $l$ | $l'$ | $l+l'$ |
| $l$ | $+\infty$ | $+\infty$ |
| $l$ | $-\infty$ | $-\infty$ |
| $+\infty$ | $+\infty$ | $+\infty$ |
| $-\infty$ | $-\infty$ | $-\infty$ |
| $+\infty$ | $-\infty$ | حالة عدم تعيين |

**ب- نهاية الجداء:**

| إذا كانت $\lim_{x\to x_0} f(x)$ هي: | وكانت $\lim_{x\to x_0} g(x)$ هي: | فإن $\lim_{x\to x_0}(f\times g)(x)$ هي: |
|---|---|---|
| $l$ | $l'$ | $l\times l'$ |
| $l\,(l>0)$ | $+\infty$ (أو $-\infty$) | $+\infty$ (أو $-\infty$) |
| $l\,(l<0)$ | $+\infty$ (أو $-\infty$) | $-\infty$ (أو $+\infty$) |
| $+\infty$ | $+\infty$ (أو $-\infty$) | $+\infty$ (أو $-\infty$) |
| | | |
| 0 | $+\infty$ أو $-\infty$ | حالة عدم تعيين |

**ملاحظة:** الحالتان $(-\infty,+\infty)$ ، $(-\infty,-\infty)$ تستنتجان من الحالة $(+\infty,+\infty)$ .

**جـ- نهاية المقلوب:**

| إذا كانت $\lim_{x\to x_0} f(x)$ هي: | فإن $\lim_{x\to x_0}(\frac{1}{f})(x)$ هي: |
|---|---|
| $l\ (l\neq 0)$; | $\frac{1}{l}$ |
| $+\infty$ | 0 |
| $-\infty$ | 0 |
| $0;\ (f(x)>0)$ | $+\infty$ |
| $0;\ (f(x)<0)$ | $-\infty$ |

**د- نهاية حاصل القسمة:** لحساب نهاية حاصل قسمة دالتين نعتمد على المقلوب والجداء.

**هـ- نهاية الجذر التربيعي لدالة:** (نعتبر الآن $l$ موجبا)

| إذا كانت $\lim_{x\to x_0} f(x)$ هي: | فإن $\lim_{x\to x_0}\sqrt{f(x)}$ هي: |
|---|---|
| $l$ | $\sqrt{l}$ |
| $+\infty$ | $+\infty$ |

**ملاحظة1:** تبقى النتائج السابقة صحيحة من أجل $x\to+\infty$ أو $x\to-\infty$ .

**ملاحظة2:** (قدم ملخصا لحالات عدم التعيين مع حاصل القسمة فقط)

## III/ تطبيق: ت1) من 24 ص 133 إلى 48 ص 137.

يطلب تبرير قواعد حساب النهايات عند استعمال النظريات الأولية، مع الحرص على التطبيق السليم لها من قبل التلميذ،

تعديل 2009/2008
نكتفي بدراسة دوال مجموعة تعريفها معطاة

**الرقم:** 23 والأخيرة

**الأستاذ دهيمي ن**

| | |
|---|---|
| **المؤسســـــة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى | **المستـــوى:** 2رياضي، 2تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013. | **ميدان التعلم:** تحليل. |
| **التاريــــــخ:** ............................................................ | **الوحـــدة:** النـهـايـات |
| **توقيت الحصـة:** ساعتان. | **موضوع الحصة:** حساب النهايات. |

**المكتسبات القبلية:** - نهاية دالة كثير حدود عند $+\infty$ أو $-\infty$ - نهاية دالة ناطقة عند $+\infty$ أو $-\infty$ .

**الكفاءات القاعدية:** حساب نهايات بإزالة عدم التعيين.

**مؤشرات الكفـاءة:** حساب نهايات (حوالي 45 مثال للعلميين فقط)، وإزالة حالات عدم تعيين.

| الأنشطة المقترحة وطبيعتها | الإنجاز (سير الحصة) | التعليمات والتوجيهات |
|---|---|---|
| **نشاط:** أحسب النهايات التالية:<br>$\lim_{x\to-\infty}(x^2-x+2)$<br>$\lim_{x\to+\infty}(x^2-x+2)$<br>$\lim_{x\to-\infty}(x^3-x^2-x)$<br>$\lim_{x\to-\infty}(-x^3+x^2-x)$<br>$\lim_{x\to+\infty}(-x^3+x^2-x)$<br>$\lim_{x\to+\infty}(-x^4-x)$<br>$\lim_{x\to+\infty}\frac{x-3}{x+5}$<br>$\lim_{x\to-\infty}\frac{x-3}{x+5}$<br>$\lim_{\substack{x\to-5\\<}}\frac{x-3}{x+5}$<br>$\lim_{\substack{x\to-5\\>}}\frac{x-3}{x+5}$<br>$\lim_{\substack{x\to-5\\>}}\frac{x^3+x-3}{x^2-x+1}$ | **I/ تمهيد:**<br>**II/ تطبيق: تطبيق1:** من رقم ص إلى ص .<br>**تطبيق2:** أحسب نهايات كل دالة مما يلي عند أطراف مجالات تعريفها.<br>$f:x\mapsto-\sqrt{x}+x$ $g:x\mapsto(x^2+1)(2x-1)$ $h:x\mapsto\frac{-x}{\sqrt{\lvert x\rvert}}$ .<br>**تطبيق3:** أحسب نهايات كل دالة مما يلي عند أطراف مجالات تعريفها.<br>$f:x\mapsto x^2-2x+5$ ، $g:x\mapsto-2x^2-x+1$ ، $h:x\mapsto x^3-x^2-x+1$ ،<br>$k:x\mapsto-\frac{1}{2}x^3-x$ ، $m:x\mapsto x^3-2x+2$ ، $l:x\mapsto\frac{x-2}{x+1}$ ، $s:x\mapsto\frac{2x-1}{-x-4}$ ،<br>$r:x\mapsto\frac{x+\sqrt{2}}{3x-1}$ .<br>**تطبيق4:**(هذا التطبيق لا يعني ع تج)أحسب نهايات كل دالة مما يلي عند أطراف مجالات تعريفها.<br>$f:x\mapsto\frac{x^2+x-2}{x^3-x}$ ، $g:x\mapsto\frac{x^4-1}{-x^2-4}$ ، $h:x\mapsto\frac{x^3-x}{x^3+x^2+x+1}$ .<br>(إرشاد للدالة $h$ : لاحظ أن: $x^3+x^2+x+1=x(x^2+1)+(x^2+1)$ )<br>**تطبيق5:** أحسب النهايات التالية: $\lim_{x\to+\infty}\frac{2\sqrt{x}+1}{x}$ ، $\lim_{x\to1}\frac{x^3-x}{1-x}$ ، $\lim_{x\to2}\frac{2-\sqrt{x}}{2-x}$ ،<br>$\lim_{x\to1}\frac{x^2-3x+2}{x^3-x^2+2x-2}$ . | - و تختار لذلك أمثلة لدوال كثيرة حدود ودوال تناظرية ودوال ناطقة أخرى.<br>هذا الجزء المضلل لا يعني ع تج<br>- توضح حالات عدم التعيين بأمثلة مختارة، ونذكر هنا بأنّ التركيز على تقنيات الحساب الجبري في تحويل عبارة أمر يساعد التلميذ على تجاوز الصعوبات التي يمكن أن تعترضه في إزالة حالات عدم التعيين.<br>تعديل 2009/2008 نكتفي بدراسة دوال مجموعة تعريفها معطاة |

| | |
|---|---|
| **المؤسســـة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى. | **المستـــوى:** 2 رياضي، 2 تق رياصي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013 | **ميدان التعلم:** إحصاء. |
| **التاريـــــخ:** ............................ | **الوحـــدة:** مؤشرات للتشتت |
| **توقيت الحصـة:** ساعة. | **موضوع الحصة:** المخطط بالعلبة |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** تلخيص سلسلة إحصائية بواسطة مخطط بالعلبة.

**مؤشرات الكفـاءة:**

| الأنشطة | المعارف | توجيهات وتعاليق |
|---|---|---|
| **نشاط:** تعتبر السلسلة التالية<br><br>\| x \| k \|<br>\| 2 \| 2 \|<br>\| 3 \| 7 \|<br>\| 4 \| 3 \|<br>\| 5 \| 8 \|<br>\| 6 \| 5 \|<br><br>1/ أكتبها على شكل منثور(دون جدول).<br>2/ حدد التكرار الكلي N.<br>3/ عين أصغر قيمة التي رتبتها n حيث: $n \ge \frac{N}{4}$.<br>4/ عين أصغر قيمة التي رتبتها n حيث: $n \ge \frac{3N}{4}$.<br>5/ حدد Med.<br>6/ عين أصغر قيمة التي رتبتها n حيث: $n \ge \frac{N}{10}$.<br>7/ عين أصغر قيمة التي رتبتها n حيث: $n \ge \frac{9N}{10}$.<br>8/ أنشئ المضلع التكراري للتواترات المجمعة الصاعدة. | **I/ تمهيد:**<br>**II/ العرض:**<br>**الربعي الأول والربعي الثالث:**<br>**تعريف:** لتكن سلسلة إحصائية تكرارها الكلي N.<br>الربعي الأول $Q_1$ هو أصغر القيم التي رُتبها n تحقق: $n \ge \frac{N}{4}$، والربعي الثالث $Q_3$ هو أصغر القيم التي رُتبها n تحقق: $n \ge \frac{3N}{4}$.<br>**ملاحظة1:** $Q_1$، $Q_3$ من السلسلة دوما، بينما Med أحيانا.<br>**ملاحظة2:** لتحديد $Q_1$، $Q_3$ بيانيا ننشئ المضلع (أو المنحنى) المجمع الصاعد ونحدد فاصلتي النقطتين التين ترتيباهما $\frac{N}{4}$، $\frac{3N}{4}$.<br>**العشريان الأول $d_1$، والتاسع $d_9$:**<br>**تعريف:** لتكن السلسلة السابقة.<br>العشري الأول $d_1$ هو أصغر القيم التي رُتبها n تحقق: $n \ge \frac{N}{10}$، العشري التاسع $d_9$ هو أصغر القيم التي رُتبها n تحقق: $n \ge \frac{9N}{10}$.<br>**الانحراف الربعي:** هو الفرق $Q_3 - Q_1$.<br>**المخطط بالعلبة:** لإنشاء المخطط بالعلبة لسلسلة:<br>- نمثل على مستقيم القيم $Min$، $Q_1$، $Med$، $Q_3$، $Max$.<br>- نرسم علبة مستطيلة الشكل طولها هو الانحراف الربعي وعرضها كيفي.<br>- نصل القيمتين $Min$، $Max$ بخطين بالعلبة.<br>- نعين الوسيط بخط. - يمكن تعيين $\bar{x}$ بـ ×.<br>**III/ تطبيق: ت1** تعتبر السلسلة:<br><br>\| $x_i$ \| 03 \| 05 \| 08 \| 13 \| 15 \|<br>\| $k_i$ \| 06 \| 05 \| 07 \| 04 \| 01 \|<br><br>1/ أحسب كلا من: $Q_1$، $Q_3$، Med، $d_1$، $d_9$.<br>2/ جد ما سبق بيانيا. 3/ أنشئ المخطط بالعلبة. | ● يتعلم التلميذ إنشاء مخطط بالعلبة باستعمال الوسيط و الربعيين الأعلى $Q_3$ والأدنى $Q_1$ (يمكن استعمال العشريين الأعلى $D_9$ و الأدنى $D_1$).<br>يعرف الانحراف الربعي على أنه الفرق $Q_3 - Q_1$. |

الرقم: 12/02 — الأستاذ دهيمي ن

| | |
|---|---|
| **المؤسســـــة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى. | **المستـــوى:** 2 رياضي، 2 تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013 | **ميدان التعلم:** إحصاء. |
| **التاريــــــخ:** ...................................................... | **الوحـــدة:** مؤشرات للتشتت |
| **توقيت الحصـة:** ساعة. | **موضوع الحصة:** مقارنة مخططات بالعلبة |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** تفسير مخطط بالعلبة.

**مؤشرات الكفـاءة:**

| الأنشطة | المعارف | توجيهات وتعاليق |
|---|---|---|
|  | **I/ تمهيد:**<br>**II/ العرض:**<br>**III/ تطبيق:**ت1) | |



| $x_i$ | 3 | 8 | 10 | 11 | 12 | 14 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $k_i$ | 1 | 2 | 5 | 9 | 4 | 3 | 1 |

1/ أنشئ المخطط بالعلبة للسلسلة التالية. ثم أعد ذلك باستخدام الحاسبة البيانية TI - 83plus .

2/ قارن بين هذا المخطط والمخطط بالعلبة لسلسلة تطبيق الحصة الماضية.

(حل: ENTER STAT ثم نكتب القيم مكررة، 2nd Y= 1 أو ENTER ثم نؤكد على $On$ بـ ENTER ثم ▼ ونختار النوع الخامس من التمثيلات بأسهم التنقل ونؤكد بـ ENTER ثم WINDOW ثم نضبط النافذة كما يبدو في الشكل على اليمين، ثم GRAPH . ولقراءة المؤشرات TRACE ثم نستعمل أسهم التنقل)

توجيهات وتعاليق:

- نستعمل حاسبة بيانية لإنشاء مخطط بالعلبة.
- يمكن مقارنة عدة سلاسل إحصائية بواسطة مخططات بالعلب، حيث نعين الربعيين $Q_1$ و $Q_3$ والوسيط $Me$ والقيمتين الكبرى والصغرى لكل سلسلة.

الرقم: 12/03 — الأستاذ دهيمي ن

| | |
|---|---|
| **المؤسســـة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى. | **المستـــوى:** 2 رياضي، 2 تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013 | **ميدان التعلم:** إحصاء. |
| **التاريـــخ:** ................................................ | **الوحـــدة:** مؤشرات للتشتت |
| **توقيت الحصـة:** ساعة. | **موضوع الحصة:** مؤشرات للتشتت |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** حساب الوسط الحسابي للانحرافات المطلقة، الانحراف المعياري، الانحراف الربعي.

**مؤشرات الكفـاءة:**

## الأنشطة

**نشاط:** نعتبر السلسلة في الجدول التالي:

| xi | ki |
|---|---|
| 02 | 03 |
| 05 | 07 |
| 06 | 05 |
| 09 | 10 |

1/ حدد التكرار الكلي N.

2/ أحسب الفرق بين أكبر قيمة وأصغرها.

3/ أحسب $Q_1$، $Q_3$ والفرق بينهما.

4/ أحسب $\bar{x}$، ومسافة كل قيمة عنه.

5/ أحسب الوسط الحسابي للمسافات السابقة (يمكن استخدام جدول).

6/ أحسب العدد: $v=\frac{k_1(x_1-\bar{x})^2+...+k_n(x_n-\bar{x})^2}{N}$

والعدد: $B=\frac{k_1x_1^2+...+k_nx_n^2}{N}-\bar{x}^2$

7/ أحسب: $\sqrt{A}$.

8/ علما أن السلسلة السابقة تمثل نتائج تلاميذ في اختبار، قسمها إلى فئات متساوية الطول ابتداء بالفئة [0،4[، واحسب $\sqrt{A}$ من جديد حيث استعمل مراكز الفئات بدل القيم.

9/ نفس السؤال 8/ باعتبار الفئة الأولى: [0،5[.

## المعارف

### I/ تمهيد:

### II/ العرض:

**مؤشرات التشتت:**

1/ **المدى:** هو الفرق $Max-Min$.

2/ **الانحراف الربعي:** مذكور سابقا.(هو الفرق $Q_3-Q_1$)

3/ **انحراف قيمة عن الوسط الحسابي:** هو مسافتها عن الوسط الحسابي.($|x_i-\bar{x}|$)

4/ **الانحراف المتوسط:** هو متوسط انحرافات القيم.($e_m=\frac{k_1|x_1-\bar{x}|+k_2|x_2-\bar{x}|+...+k_n|x_n-\bar{x}|}{N}$)

**ملاحظة:** نكتب $e_m=\sum_{i=1}^{n}\frac{k_i|x_i-\bar{x}|}{N}$.

5/ **التباين:** هو العدد $v$ حيث: $v=\frac{k_1(x_1-\bar{x})^2+...+k_n(x_n-\bar{x})^2}{N}$.(أي $v=\sum_{i=1}^{n}\frac{k_i(x_i-\bar{x})^2}{N}$)

6/ **الانحراف المعياري:** هو الجذر التربيعي لتباينها.

**نتيجة:** إذا كانت التواترات هي $f_1$، ....، $f_n$.

نجد أن: $v=f_1(x_1-\bar{x})^2+...+f_n(x_n-\bar{x})^2=\frac{k_1\times x_1^2+...+k_n\times x_n^2}{N}-\bar{x}^2$.

**ملاحظة:** عند توزيع قيم سلسلة على فئات قد تتغير مؤشرات تشتتها.

### III/ تطبيق:

ت1) من رقم 1 إلى رقم 49، ص 359 إلى ص 365. **خاصة:** 30، 31، 32، 33، 45.

ت2) نعتبر السلسلة:

| الفئات | [0,5[ | [5,10[ | [10,15[ | [15,20] |
|---|---|---|---|---|
| $k_i$ | 3 | 10 | 5 | 2 |
| المراكز | | | | |
| $f_i$ | | | | |

1/ أكمل الجدول واذكر $N$ التكرار الكلي.

2/ أحسب $\bar{x}$، المدى، التباين، والانحراف المعياري.

ت3) نعتبر السلسلتين التاليتين:

س1: 8، 9، 9، 10، 10، 10، 10، 11، 11، 12.

س2: 1، 2، 3، 5، 10، 10، 15، 17، 18، 19.

1/ أحسب $\bar{x}$ لكل من س1، س2 وكذلك Med، Mod.

2/ إذا كان لسلسلتين إحصائيتين نفس مؤشرات الموقع، فهل بالضرورة هما متساويتان؟

3/ أحسب التباين والانحراف المعياري لكل من س1، س2.

## توجيهات وتعاليق

نبين بواسطة أمثلة، تأثير عدد الفئات على الانحراف المعياري.

● نلاحظ تأثير القيم المتطرفة في سلسلة على الانحراف المعياري أو الانحراف بين الربعيات.

نلاحظ تذبذب الانحراف المعياري في سلاسل إحصائية مقاسها $n$، ونستعمل مجدولا لمشاهدة هذا التذبذب.

الرقم: 12/04 الأستاذ دهيمي ن

| | |
|---|---|
| المؤسســـــة: ثانوية الحنية - سيدي عيسى. | المستـــوى: 2 رياضي، 2 تق رياضي، 2ع تج. |
| السنة الدراسية: 2012 / 2013 | ميدان التعلم: إحصاء. |
| التاريـــــخ: ........................................................ | الوحـــدة: مؤشرات للتشتت |
| توقيت الحصـة: ساعة. | موضوع الحصة: تلخيص سلسلة إحصائية |

المكتسبات القبلية:

الكفاءات القاعدية: تلخيص سلسلة إحصائية بواسطة الثنائية (الوسط الحسابي، الانحراف المعياري).

مؤشرات الكفـاءة:

| الأنشطة | المعارف | توجيهات وتعاليق |
|---|---|---|
| كل الحصة عبارة عن نشاط | I/ تمهيد: <br> II/ العرض: <br> III/ تطبيق:ت1) نعتبر السلاسل الأربع الواردة في تطبيقات الحصة السابقة ونشاطها. س1: 8، 9، 9، 10، 10، 10، 10، 11، 11، 12. س2: 1، 2، 3، 5، 10، 10، 15، 17، 18، 19. عبر عن كل منها بالثنائية (الوسط الحسابي، الانحراف المعياري). | |

| الفئات | [0,5[ | [5,10[ | [10,15[ | [15,20] |
|---|---|---|---|---|
| $k$ | 3 | 10 | 5 | 2 |

| xi | 02 | 05 | 06 | 09 |
|---|---|---|---|---|
| ki | 03 | 07 | 05 | 10 |

الرقم: 12/05 هذه المذكرة خاصة بشعبة الرياضيات الأستاذ دهيمي ن

| | |
|---|---|
| المؤسســـــة: ثانوية الحنية - سيدي عيسى. | المستـــوى: 2 رياضي، 2 تق رياضي، 2ع تج. |
| السنة الدراسية: 2012 / 2013 | ميدان التعلم: إحصاء. |
| التاريـــــخ: ........................................................ | الوحـــدة: مؤشرات للتشتت |
| توقيت الحصـة: ساعة. | موضوع الحصة: تلخيص سلسلة إحصائية |

المكتسبات القبلية:

الكفاءات القاعدية: تلخيص سلسلة إحصائية بواسطة الثنائية (الوسيط، الوسط الحسابي للانحرافات).

مؤشرات الكفـاءة:

| الأنشطة | المعارف | توجيهات وتعاليق |
|---|---|---|
| كل الحصة عبارة عن نشاط | I/ تمهيد: <br> II/ العرض: <br> III/ تطبيق:ت1) نعتبر السلاسل الأربع الواردة في تطبيق الحصة السابقة. س1: 8، 9، 9، 10، 10، 10، 10، 11، 11، 12. س2: 1، 2، 3، 5، 10، 10، 15، 17، 18، 19. عبر عن كل منها بالثنائية (الوسيط ، الوسط الحسابي للانحرافات). <br> ت2) شخصان $A$ ، $B$ لكل منهما هوايته، يقضي كل منهما وقتا معينا فيها. الجدول التالي يلخص ذلك خلال 12 شهرا: | من خلال أمثلة نختار إحدى الثنائيتين (الوسط الحسابي، الانحراف المعياري) و(الوسيط، الوسط الحسابي للانحرافات) التي تجيب عن السؤال المطروح في المثال. (*) |

| الفئات | [0,5[ | [5,10[ | [10,15[ | [15,20] |
|---|---|---|---|---|
| $k$ | 3 | 10 | 5 | 2 |

| xi | 02 | 05 | 06 | 09 |
|---|---|---|---|---|
| ki | 03 | 07 | 05 | 10 |

| الشهر | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| الشخصA | 68 | 60 | 61 | 43 | 41 | 51 | 51 | 60 | 60 | 126 | 108 | 110 |
| الشخصB | 44 | 42 | 57 | 63 | 77 | 79 | 76 | 92 | 92 | 97 | 79 | 60 |

1/ لخصهما بالثنائية (الوسيط، الوسط الحسابي للانحرافات) ثم (الوسط الحسابي، الانحراف المعياري).

2/ ما تعليقك؟

((حل: نجد على الترتيب:A: (60سا00د00ثا، 22سا22د30ثا)،(69سا55د12ثا، 28سا22د32ثا)، B: (76سا30د00ثا، 15سا15د00ثا)، (71سا30د00ثا، 17سا32د52ثا) التعليق: معدلB أكبر، فهو يقضي وقتا أكبر في ممارسة هوايته، ولكن بطريقة أقل انتظاما منA، وذلك حسب الانحراف المعياري)).

| | |
|---|---|
| **المؤسســـة:** ثانوية الحنية ـ سيدي عيسى. | **المستـــوى:** 2 رياضي، 2 تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013 | **ميدان التعلم:** إحصاء. |
| **التاريــــخ:** ................................................... | **الوحـــدة:** مؤشرات للتشتت |
| **توقيت الحصـة:** ساعة. | **موضوع الحصة:** حل مسائل |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** توظيف خواص الانحراف المعياري والانحراف الربعي في حل مسائل.

**مؤشرات الكفـاءة:**

## الأنشطة

**نشاط:** نعتبر السلسلة التالية:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $x_i$ | 3 | 5 | 7 | 9 |
| $k_i$ | 2 | 4 | 1 | 3 |

I/ أحسب min، max، t (المدى)، $Q_1$، $Q_3$، $V_q$(الانحراف الربعي)، Med و $\overline{x}$، $e_m$ (الانحراف المتوسط)، v، s.

II/ $b \in R$ و $a \in R_+^*$، تعتبر $y_i = ax_i + b$، أحسب المقاييس السابقة باعتبار السلسلة المحصل عليها من $y_i$.

III/ $b \in R$، و $a \in R_-^*$، نفس السؤال السابق.

IV/ ما هو التغيير التآلفي (أوجد a و b) حتى نحصل على سلسلة $y_i$ وسطها الحسابي $\overline{x'} = 2$ وانحرافها المعياري $S' = 1$؟ ودون السلسلة المحصل عليها.

## المعارف

**I/ تمهيد:**

**II/ العرض:**

**خواص:** نعتبر السلسلة: $x_1$، $x_2$، ...، $x_n$ بالتكرارات $k_1$، $k_2$، ...، $k_n$. والوسط $\overline{x}$، وتباينها $v$، وانحرافها المعياري $s$، و $Q_1$، $Q_3$ ربعياها.

إن السلسلة المحصل عليها بالتغير التآلفي $x_i \mapsto y_i$ حيث $y_i = ax_i + b$. يكون $a\overline{x} + b$ وسطها الحسابي، و $a^2 v$، و $as$ هو انحرافها المعياري و $aQ_1 + b$، $aQ_3 + b$ هما ربعياها (في حالة $a > 0$). أما في حالة $a < 0$ فإن $|a|s$ هو انحرافها المعياري و $aQ_3 + b$ ربعيها الأول، $aQ_1 + b$ ربعيها الثالث.

**III/ تطبيق:** نتائج خمسة وعشرين تلميذا في اختبار في الجدول التالي:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| xi | 02 | 05 | 06 | 09 |
| ki | 03 | 07 | 05 | 10 |

- أحسب معدل النتائج $\overline{x}$ وانحرافها المعياري $v$.
- أجرينا التغيير التآلفي التالي للسلسلة $x_i \mapsto 2x_i - 1$.

ما هو المعدل والانحراف المعياري الناتجان؟

- حدد التغيير التآلفي الذي يعطينا المعدل 10، والانحراف المعياري 5.

## توجيهات وتعاليق

- نبين بصفة خاصة كيف يمكن استنتاج مؤشرات التشتت للمتغير الإحصائي $x$ ومؤشرات المتغير $y$ حيث $y = ax + b$ حيث $a$ و $b$ عددان حقيقيان.

الرقم:07 /12 — الأستاذ دهيمي ن

| | |
|---|---|
| **المؤسســـــة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى. | **المستـــوى:** 2 رياضي، 2 تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013 | **ميدان التعلم:** الاحتمالات |
| **التاريــــــخ:** ............................................... | **الوحـــدة:** قانون الاحتمال |
| **توقيت الحصـة:** ساعة. | **موضوع الحصة:** التجربة العشوائية |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** وصف تجربة عشوائية بسيطة، عدد النتائج الممكنة فيها منته.

**مؤشرات الكفـاءة:**

| الأنشطة | المعارف | توجيهات وتعاليق |
|---|---|---|
| **نشاط:**<br>نرقم أوجه زهرة نرد غير مزيف من 1 إلى 6 ، ونرميها، ونسجل الرقم الظاهر في الوجه العلوي.<br>**1/** ما هي النتائج المتوقعة؟<br>**2/** إذا أردنا ظهور رقم زوجي، ما هي النتائج المرجوة؟ | **I/ تمهيد:**<br>**II/ العرض:**<br>**مصطلحات الاحتمال:**<br>**التجربة العشوائية:** نسمي تجربة عشوائية كل تجربة نعرف النتائج الممكنة لها دون الجزم بإحداها. ومجموعة النتائج الممكنة تسمى مجموعة الإمكانيات ونرمز لها بـ: $\Omega$.<br>**الحادثة:** هي كل جزء من $\Omega$.<br>**الحادثة البسيطة والحادثة المركبة:** الحادثة البسيطة هي الحادثة المشكلة من عنصر واحد (إمكانية واحدة)، والحادثة المركبة هي الحادثة المشكلة من أكثر من عنصر.<br>**الحادثة الأكيدة والحادثة المستحيلة:** $\Omega$ تسمى الحادثة الأكيدة و $\phi$ تسمى الحادثة المستحيلة.<br>**الحادثة العكسية:** الحادثة العكسية لحادثة $A$ هي الحادثة المشكلة من كل الإمكانيات التي ليست في $A$ ، ونرمز لها بـ $\overline{A}$.<br>**التقاطع والاتحاد:** تقاطع الحادثتين $A$ و $B$ هو الحادثة المشكلة من كل الإمكانيات المشتركة بينهما ونرمز لها بـ $A \cap B$. واتحادهما هو الحادثة المشكلة من كل إمكانيات $A$ أو $B$ ونرمز لها بـ $A \cup B$.<br>**الحادثتان غير المتلائمتين:** هما الحادثتان اللتان تقاطعهما خال.<br>**III/ تطبيق:** يحتوي صندوق على 5 كريات مرقمة من 1 إلى 5. نسحب منه بصفة عشوائية كرية واحدة ونسجل رقمها.<br>**1/** عين المجموعة الكلية.<br>**2/** عين الحادثة A (الحصول على رقم مضاعف لـ: 3). والحادثة B (الحصول على رقم أولي).<br>**3/** عين الحوادث: $A \cap B$ ، $\overline{A}$ ، $\overline{B}$ ، $\overline{A} \cup \overline{B}$ ، $\overline{A \cap B}$. | * نقصد بوصف تجربة عشوائية تعيين مجموعة النتائج الممكنة $\Omega$ حيث $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, ..., \omega_n\}$ ، ثمّ إرفاق كل نتيجة $\omega_i$ بعدد حقيقي $p_i$ بحيث يكون $\sum p_i = 1$ مع $p_i > 0$ أي تعيين الثنائيات $(\omega_i ; p_i)$ حيث $p_i$ هو احتمال الحادثة البسيطة $\{\omega_i\}$.<br><br>* ندرج، من خلال أمثلة، المصطلحات: حادثة عكسية، إتحاد أو تقاطع حوادث، الحادثة الأكيدة، الحادثة المستحيلة، حادثتان منفصلتان. |

الرقم:12/08 الأستاذ دهيمي ن

| | |
|---|---|
| **المؤسســـــة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى. | **المستــــوى:** 2 رياضي، 2 تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013 | **ميدان التعلم:** الاحتمالات |
| **التاريـــــــخ:** ........................................................ | **الوحــــدة:** قانون الاحتمال |
| **توقيت الحصـة:** ساعة. | **موضوع الحصة:** قانون الاحتمال |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** نمذجة بعض الوضعيات البسيطة. حساب احتمال حادثة بسيطة وحادثة مركبة.

**مؤشرات الكفـاءة:**

| الأنشطة | المعارف | توجيهات وتعاليق |
|---|---|---|
| **نشاط:**<br>نرمي قطعة نقد متوازنة، ونسجل الوجه الظاهر.<br>1/ ما هي الإمكانيات؟<br>2/ قم بالتجربة السابقة 20 مرة، واحسب تواتر كل نتيجة.<br>3/ قم بالتجربة السابقة 2000 مرة، واحسب التواترين. ماذا تلاحظ؟<br>4/ لو استبدلنا قطعة النقد بزهرة نرد غير مزيفة خمن التواترات الناتجة. | **I/ تمهيد:**<br>**II/ العرض:**<br>**1/ قانون الاحتمال:**<br>**تعريف:** قانون احتمال P لتجربة عشوائية هو إرفاق كل عنصر $x_i$ من $\Omega$ بعدد موجب $P_i$ حيث: $P_1+P_2+...+P_n=1$.<br>**نمذجة تجربة عشوائية:** يعني إرفاقها بمجموعة إمكانيات $\Omega$ وقانون احتمال P على $\Omega$.<br>**ملاحظات:** أ/ نسمي $P_i$ احتمال تحقق الإمكانية $x_i$. ب/ $0 \le P_i \le 1$.<br>**2/ تساوي الاحتمال:**<br>**تعريف:** نقول عن تجربة إنها متساوية الاحتمال عندما يكون لكل الحوادث الأولية نفس الاحتمال، ونقول عندئذ إن قانون الاحتمال متساوي التوزيع.<br>**ملاحظة1:** نشير إلى تساوي التوزيع بعدة عبارات، مثل نسحب بلا اختيار.<br>**ملاحظة2:** في المثال التالي تتضح ضرورة تعيين المجموعة الشاملة في الحكم على تساوي الاحتمال: كيس به 3 كريات حمراء، 2 بيضاوان، نسحب منه بصفة عشوائية كرية. فإذا اعتبرنا اللونين فليس هناك تساوي في الاحتمال، وإذا اعتبرنا الكريات مرقمة من 1 إلى 5 فالسحب متساوي الاحتمال.<br>**3/ احتمال إمكانية واحتمال حادثة:**<br>في حالة تساوي الاحتمال، وباعتبار $\Omega=\{x_1,...,x_n\}$، كل حادثة بسيطة: $\{x_i\}$ احتمالها $\frac{1}{n}$،<br>وكل حادثة $A=\{y_1,y_2,...,y_m\}$ احتمالها $\frac{m}{n}$، أي: $P(A)=\frac{......}{......}$.<br>**ملاحظة:** $P(\Omega)=1$ $P(\Phi)=0$<br>**III/ تطبيق:** أحسب احتمال كل حادثة من الحوادث المذكورة في السؤال 3/ في تطبيق الحصة الماضية. | ● نشير إلى أنّ المدخل إلى مفهوم الاحتمال يمر عبر نمذجة وضعيات من خلال المقاربة التواترية، ففي تجربة إلقاء قطعة نقدية عددا كبيرا من المرّات، نلاحظ أنّ تواتر ظهور أحد الوجهين يقترب من تواتر ظهور الوجه الآخر، مما يسمح لنا بالقول أنّ تواتر ظهور كل منهما يؤول نحو الاستقرار حول القيمة $\frac{1}{2}$. وبهذا نكون قد نمذجنا هذه التجربة ( رمي قطعة نقدية مرة واحدة)، ثمّ أنّ القيمة $\frac{1}{2}$ هي التي نسميها فيما بعد احتمال ظهور أحد الوجهين. |

**الرقم:12/09** **الأستاذ دهيمي ن**

**المؤسســـة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى.
**المستـــوى:** 2 رياضي، 2 تق رياضي، 2ع تج.
**السنة الدراسية:** 2013 / 2012
**ميدان التعلم:** الاحتمالات
**التاريـــخ:** .....................................................
**الوحـــدة:** قانون الاحتمال
**توقيت الحصـة:** ساعة.
**موضوع الحصة:** الأمل الرياضي، الانحراف المعياري (والتباين)

**المكتسبات القبلية:**
**الكفاءات القاعدية:** حساب الأمل الرياضي، الانحراف المعياري (والتباين) لقانون احتمال.
**مؤشرات الكفـاءة:**

## الأنشطة

**نشاط:**
بعد رمي زهرة نرد غير مزيفة 200 مرة املأ الجدول التالي حيث تمثل $p_i$ الاحتمالات النظرية.

| $e_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $k_i$ | | | | | | |
| $p_i$ | | | | | | |

1/ احسب الوسط الحسابي للسلسلة المحصلة. ثم احسب العدد $e=\sum_{i=1}^{n} p_i x_i$.
2/ احسب التباين للسلسلة المحصلة. ثم احسب العدد $v=\sum_{i=1}^{n} p_i (x_i-e)^2$.

## المعارف

**I/ تمهيد:**
**II/ العرض:**
**الأمل الرياضي والتباين والانحراف المعياري لقانون احتمال:**
$p$ قانون احتمال على مجموعة $\Omega$ ذات $n$ إمكانية.
**الأمل الرياضي:** الأمل الرياضي لقانون الاحتمال $P$ هو العدد $e$ المعرف بـ $e=\sum_{i=1}^{n} p_i x_i$
**التباين:** تباين القانون $P$ هو العدد هو العدد $v$ حيث:
$v=p_1(x_1-e)^2+p_2(x_2-e)^2+\ldots+k_n(x_n-e)^2$. (أي $v=\sum_{i=1}^{n} p_i (x_i-e)^2$)
**الانحراف المعياري:** الانحراف المعياري لقانون الاحتمال $P$ هو الجذر التربيعي لتباينه.
**نتيجة:** نجد أن: $v=(\sum_{i=1}^{n} p_i {x_i}^2)-e^2$.
**III/ تطبيق:** نرمي زهرة نرد غير مزيفة ونسجل الرقم الظاهر.
أحسب الأمل الرياضي والتباين والانحراف المعياري لقانون الاحتمال الناتج.

## توجيهات وتعاليق

لا نكتفي بإعطاء العلاقة الرياضياتية التي يحسب بها الأمل الرياضي ولا بحسابه فقط، بل نحرص على إعطاء معنى له من خلال ربطه بالوسط الحسابي أو بعلاقته بالوسط الحسابي المتزن

**الرقم:12/10** **الأستاذ دهيمي ن**

| | |
|---|---|
| **المؤسســـة:** ثانوية الحنية ـ سيدي عيسى. | **المستـــوى:** 2 رياضي، 2 تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013 | **ميدان التعلم:** الاحتمالات |
| **التاريـــــخ:** ........................................................ | **الوحـــدة:** قانون الاحتمال |
| **توقيت الحصـة:** ساعة. | **موضوع الحصة:** محاكاة تجارب عشوائية |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** محاكاة تجارب عشوائية بسيطة. ـ استعمال خواص الاحتمال في حساب احتمالات بعض الحوادث المركبة.

**مؤشرات الكفـاءة:**

| الأنشطة | المعارف | توجيهات وتعاليق |
|---|---|---|
| كل الحصة عبارة عن أنشطة | **I/ تمهيد:**<br>**II/ العرض:**<br>**III/ تطبيق:** ت1) نرمي زهرة نرد غير مزيف تحمل أوجهه الأرقام التالية: 1، 2، 3، 4، 5، 6.<br>ـ علما أنك تفتقد لمكعب زهرة النرد. صف محاكاة لهذه التجربة.<br>ـ احسب احتمالات الحوادث التالية: $A$ "ظهور رقم زوجي". $B$ "ظهور رقم أولي". $C$ "ظهور رقم أكبر من4"<br>ثم الحوادث: $A\cap B$ ، $\overline{A}$ ، $\overline{B}$ ، $\overline{A}\cup\overline{B}$ ، $\overline{A\cap B}$ ، $A\cup B$ .<br>ت2) كيس به كريتان حمراوان، و1 بيضاء، و3 سوداء. نسحب منه دفعة واحدة كريتين بصفة عشوائية.<br>ـ ما احتمال سحب 1 حمراء و1 سوداء؟<br>**الحل:** نرمز للأسود بـ $N$ ، والأبيض بـ $B$ ، والأحمر بـ $R$ .<br>$\Omega=\{(N_1,N_2),(N_1,N_3),(N_2,N_3),(R_1,R_2),(N_1,R_1),(N_1,R_2),(N_2,R_1),(N_2,R_2),(N_3,R_1),(N_3,R_2),$<br>$(N_1,B),(N_2,B),(N_3,B),(R_1,B),(R_2,B)\}$.   الاحتمال هو $\frac{6}{15}$ أي $\frac{2}{5}$<br>ت3) نرمي زهرة نرد مرتين ونحسب مجموع الرقمين الظاهرين. 1/ أذكر كل المخارج الممكنة.<br>2/ أحسب احتمال الحصول على العدد5. 3/ ما احتمال الحصول على عدد أكبر من أويساوي10. | ● بعد اختيار نموذج للتجربة العشوائية، يمكن محاكاتها.<br>ويتعلق الأمر بتجارب من النوع: (إلقاء قطعة نقدية، إلقاء النرد، السحب مع الإرجاع،...)<br>● في حالة تساوي الاحتمالات، نحسب احتمال حادثة A بالعلاقة :<br>(عدد الحالات الملائمة (لتحقق الحادثة))<br>تقسيم<br>(عدد الحالات الممكنة (لنتائج التجربة)) |

**الرقم:12/11** **الأستاذ دهيمي ن**

| | |
|---|---|
| **المؤسســـة:** ثانوية الحنية ـ سيدي عيسى. | **المستـــوى:** 2 رياضي، 2 تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013 | **ميدان التعلم:** الاحتمالات |
| **التاريـــــخ:** ........................................................ | **الوحـــدة:** المتغير العشوائي |
| **توقيت الحصـة:** ساعة. | **موضوع الحصة:** المتغير عشوائي |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** تعيين قانون الاحتمال لمتغير عشوائي.

**مؤشرات الكفـاءة:**

| الأنشطة | المعارف | توجيهات وتعاليق |
|---|---|---|
| **نشاط:**<br>نرمي قطعة نقود متوازنة ثلاث مرات متوالية ونسجل النتيجة الظاهرة، ونعتبر لعبة الحظ هذه:<br>يربح اللاعب نقطة عند ظهورF، ويخسر نقطة عند ظهورP.<br>1/ سجل المجموعة $\Omega$ .<br>2/ سجل النتائج الممكنة للعب (النقط).<br>3/ أحسب احتمال أن يربح أكبر عدد ممكن من النقاط واحتمال ألا يربح ولا يخسر. | **I/ تمهيد:**<br>**II/ العرض:**<br>**المتغير العشوائي:**<br>**تعريف1:** $\Omega$ مجموعة شاملة، وf دالة عددية معرفة على $\Omega$ ، نسمي f متغيرا عشوائيا.<br>**ترميز:** نرمز للمتغيرات العشوائية برموز متعددة. كـ: $X$ ، $F$ ، ... .<br>**قانون الاحتمال لمتغير عشوائي:**<br>**تعريف2:** x متغير عشوائي، يمكن تعريف قانون الاحتمال بـ: $P_i=P(x=x_i)$ ، (العدد $P_i$ هو احتمال أن يأخذ المتغير x القيمة $x_i$ ) يدعى قانون احتمال المتغير x.<br>مثال: كيس يحتوي على 3 كريات تحمل الرقم1، و2 تحمل الرقم1-. نسحب منه كريتين بصفة عشوائية. ونعتبر المتغير العشوائي $X$ الذي يرفق بكل سحبة مجموع الرقمين الظاهرين.<br>أذكر كل قيم هذا المتغير. ثم احسب $P(X=2)$ ، $P(X=0)$ .<br>**III/ تطبيق:** رقم 39، 41، 42، 43، 44، 45، 46 ص 393. والبقية. | ● يمكن اقتراح كأول مثال للمتغير العشوائي : "الربح" الذي نتحصل عليه في لعبة "الربح و الخسارة" حيث نعبر عن الربح بعدد موجب وعن الخسارة بعدد سالب. |

| | |
|---|---|
| **المؤسســـة:** ثانوية الحنية - سيدي عيسى. | **المستـــوى:** 2 رياضي، 2 تق رياضي، 2ع تج. |
| **السنة الدراسية:** 2012 / 2013 | **ميدان التعلم:** الاحتمالات |
| **التاريـــخ:** ................................ | **الوحـــدة:** المتغير العشوائي |
| **توقيت الحصـة:** ساعة. | **موضوع الحصة:** الأمل الرياضياتي و التباين والانحراف المعياري لم عشوائي |

**المكتسبات القبلية:**

**الكفاءات القاعدية:** حساب الأمل الرياضياتي و التباين والانحراف المعياري لمتغير عشوائي.

**مؤشرات الكفـاءة:**

| الأنشطة | المعارف | توجيهات وتعاليق |
|---|---|---|
| **نشاط:** أحسب الأمل الرياضي والتباين والانحراف المعياري للمتغير العشوائي الناتج في نشاط الحصة السابقة. | **I/ تمهيد:**<br>**II/ العرض:**<br>**الأمل الرياضياتي و التباين والانحراف المعياري لمتغير عشوائي:**<br>**تعريف:** الأمل الرياضي للمتغير العشوائيx الذي قيمه $x_1$ ، $x_2$ ، ... ، $x_n$ واحتمالاته هي على التوالي $p_1$ ، $p_2$ ، ... ، $p_n$ هو $E(x)$ ، حيث: $E(x)=\sum_{i=1}^{n}x_iP_i$ .<br>والتباين للمتغير العشوائيx هو $V(x)$ ، حيث: $V(x)=\sum P_i(x_i-E(x))^2$ .<br>والانحراف المعياري لـ x هو $\sigma(x)$ ، حيث: $\sigma(x)=\sqrt{V(x)}$ .<br>**نتيجة:** يمكن إثبات أن: $V(x)=\sum P_i{x_i}^2-(E(x))^2$ .<br>**III/ تطبيق:** من رقم إلى رقم ص . | لا نكتفي بإعطاء العلاقة الرياضياتية التي يحسب بها الأمل الرياضي ولا بحسابه فقط، بل نحرص على إعطاء معنى له من خلال ربطه بالوسط الحسابي أو بعلاقته بالوسط الحسابي المتزن |